

# Jurnal MATEMATIKA

Volume 6

Nomor 1

Tahun 2016

**ANALISIS KEJADIAN GEMPA BUMI TEKTONIK DI WILAYAH  
PULAU SUMATERA**

Jose Rizal, Sigit Nugroho, Adi Irwanto, dan Debora

---

**ANALISIS REGRESI MULTILEVEL DALAM MENENTUKAN  
VARIABEL DETERMINAN NILAI UJIAN AKHIR NASIONAL SISWA**  
Ni Luh Putu Ayu Fitriani, I Putu Eka N. Kencana, dan I Wayan Sumarjaya

---

**PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)  
BANGUN RUANG SISI DATAR BERBASIS PBL**

Niluh Sulistyani

---

**ANALISIS BILOT UNTUK PEMETAAN POSISI DAN  
KARAKTERISTIK USAHA PARIWISATA DI PROVINSI BALI**

I Gusti Ayu Made Srinadi dan I Wayan Sumarjaya

---

**EFEKTIFITAS METODE NADIR COMPROMISE PROGRAMMING  
DALAM MENENTUKAN NILAI OPTIMUM PORTOFOLIO SAHAM**

Wandi Novianto, Ni Ketut Tari Tastrawati, dan Kartika Sari

---

**PENGGUNAAN MIND MAP DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIKA**

Luh Putu Ida Harini dan Tjokorda Bagus Oka

DITERBITKAN OLEH  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS UDAYANA  
DENPASAR

# Jurnal **MATEMATIKA**

Volume 6

Nomor 1

Tahun 2016

**ANALISIS KEJADIAN GEMPA BUMI TEKTONIK DI WILAYAH  
PULAU SUMATERA**

Jose Rizal, Sigit Nugroho, Adi Irwanto, dan Debora

1-14

**ANALISIS REGRESI MULTILEVEL DALAM MENENTUKAN VARIABEL  
DETERMINAN NILAI UJIAN AKHIR NASIONAL SISWA**

Ni Luh Putu Ayu Fitriani, I Putu Eka N. Kencana, dan I Wayan Sumarjaya

15-22

**PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)  
BANGUN RUANG SISI DATAR BERBASIS *PBL***

Niluh Sulistyani

23-33

**ANALISIS BILOT UNTUK PEMETAAN POSISI DAN KARAKTERISTIK  
USAHA PARIWISATA DI PROVINSI BALI**

I Gusti Ayu Made Srinadi dan I Wayan Sumarjaya

34-45

**EFEKTIFITAS METODE *NADIR COMPROMISE PROGRAMMING*  
DALAM MENENTUKAN NILAI OPTIMUM PORTOFOLIO SAHAM**

Wandi Novianto, Ni Ketut Tari Tastrawati, dan Kartika Sari

46-55

**PENGGUNAAN *MIND MAP* DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIKA**

Luh Putu Ida Harini dan Tjokorda Bagus Oka

56-67

DITERBITKAN OLEH  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS UDAYANA  
DENPASAR

# **SUSUNAN DEWAN REDAKSI JURNAL MATEMATIKA**

## **JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS UDAYANA**

### **KETUA**

Desak Putu Eka Nilakusmawati, S.Si., M.Si (Ketua)  
I Made Eka Dwipayana, S.Si. M.Si. (Sekretaris)

### **PENYUNTING**

Tjokorda Bagus Oka, Ph.D.  
Komang Dharmawan, Ph.D.  
Drs. GK Gandhiadi, MT.  
Ir. I Komang Gde Sukarsa, M.Si.  
Ir. I Putu Eka Nila Kencana, MT.

### **PENYUNTING TAMU**

Prof. Ir. I Dewa Ketut Harya Putra, MSc., PhD. (Universitas Udayana)  
Prof. Dr. Nyoman Budiantara (Institut Teknologi Sepuluh Nopember)  
Dr. Ir. I Wayan Mangku, MSc. (Institut Pertanian Bogor)  
Prof. Dr. Leo H. Wiryanto (Institut Teknologi Bandung)  
Prof. Dr. Marjono, M.Phil. (Universitas Brawijaya)  
Dr. Ichary Soekirno, MA (Universitas Padjadjaran)

### **PELAKSANA**

Drs. Ketut Jayanegara, M.Si.  
I G.A. Made Srinadi, S.Si. M.Si.  
Made Susilawati S.Si., M.Si.  
Dra. Ni Luh Putu Suciptawati, M.Si.

### **ALAMAT**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS UDAYANA**

**Kampus Bukit Jimbaran-Badung, Telp. (0361) 701945  
e-mail: [jurnalmatematika@unud.ac.id](mailto:jurnalmatematika@unud.ac.id)**

# Analisis Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Wilayah Pulau Sumatera

**Jose Rizal**

Program Studi Matematika, Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu  
e-mail: Jrizal04@gmail.com

**Sigit Nugroho**

Program Studi Statistika, Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu  
e-mail: sigit.nugroho.1960@gmail.com

**Adi Irwanto**

Program Studi Matematika, Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu

**Debora**

Program Studi Matematika, Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu

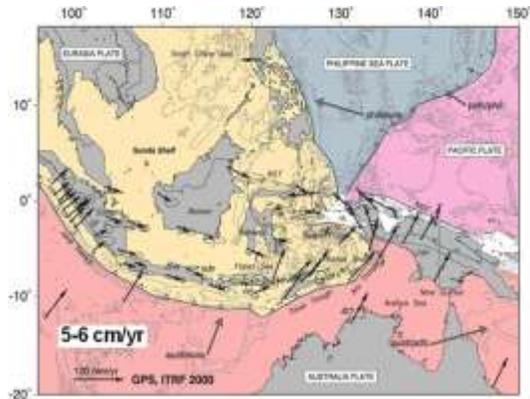
**Abstract:** The purpose of this study to get an overview of the earthquakes in Sumatra. The method used is descriptive statistics and models *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA). The result from analysis data yielded a mathematical model to predict the amount of tectonic earthquakes that occur every month in Sumatra is ARFIMA (4,0.350,3) with a value of RMSE is 0,040. While the best model for the average magnitude of the many tectonic earthquakes that occur every month in Sumatra is ARFIMA (1,0.310,3) with a value of RMSE is 0.013. Based on the model results obtained forecast frequency earthquake and the average magnitude for the three periods ahead, namely the first period 21 times with an average magnitude is 4,91 SR , the second period will occur 14 times with an average magnitude is 4.94 SR and the third period will occur 20 times with an average magnitude is 4,96 SR.

**Keywords:** Earthquakes, Tectonic, ARFIMA models, Forecasting, RMSE

## 1. Pendahuluan

Pertemuan lempeng di wilayah Sumatera memiliki subduksi miring dengan kecepatan rata-rata 5-6 cm/tahun, seperti terlihat pada gambar 1 (Natawidjaja et al. [5]). Hal ini mengakibatkan Pulau Sumatera rawan terjadi gempa bumi yang disebabkan dari pergerakan lempeng. Beberapa gempa bumi besar yang terjadi di wilayah Sumatera

yaitu gempa Aceh pada tanggal 26 Desember 2004, gempa Bengkulu pada tanggal 12 September 2007 dan gempa Mentawai pada tanggal 25 Oktober 2010 (gambar 2).



Gambar 1. Tatanan Tektonik di Indonesia



Gambar 2. Peta Kejadian Gempa Tektonik Aktif di Wilayah Sumatra, 2007

Untuk memperkecil dampak negatif dari gempa bumi, diperlukan suatu prediksi. Walaupun sampai saat ini, kapan dan dimana gempa bumi terjadi belum dapat diprediksi dengan pasti. Penelitian tentang gempa bumi telah banyak dilakukan diantaranya: Abdillah [1] dalam tulisannya menganalisis keaktifan dan resiko gempa bumi pada zona subduksi daerah pulau Sumatera. Sedangkan Fitriani [4] melakukan peramalan banyaknya gempa tektonik yang terjadi tiap 6 bulan dan peramalan rata-rata magnitudo gempa tektonik yang terjadi tiap 6 bulan di Jawa dan Bali menggunakan model ARIMA.

Melihat bentuk data dari kejadian (bulanan) gempa bumi di Sumatera, dapat dipandang sebagai sebuah deret waktu. Dalam analisis deret waktu, terdapat banyak pilihan dalam memodelkan data deret waktu, diantaranya Eksponensial Smoothing, ARIMA, SARIMA, dan AFRIMA (Wei, W.W [9]).

Siew, L.Y, et.al [7] membandingkan hasil peramalan model ARIMA dan model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) dengan studi kasus index polusi udara yang terjadi di Shah Alam Selangor. Kesimpulan yang diperoleh, dengan melihat nilai MAPE yang minimal, model ARFIMA memberikan hasil peramalan yang lebih baik dari Model ARIMA.

Pemodelan ARFIMA tidak terlepas dari penaksiran parameter *differencing* ( $d$ ). Dalam melakukan *differencing*, pada model ARFIMA banyak metode yang dapat digunakan, salah satunya adalah metode *Geweke and Porter Hudak* (GPH). Metode *differencing Geweke and Porter Hudak* dapat menaksir parameter  $d$  secara langsung tanpa perlu mengetahui nilai orde *Autoregressive* ( $p$ ) dan *Moving Average* ( $q$ ).

Berdasarkan pemaparan singkat di atas, dapat dirumuskan yang menjadi tujuan penelitian ini dilakukan adalah untuk mendapatkan gambaran dari kejadian gempa

tektonik yang terjadi. Disamping itu, akan diimplementasikan model ARFIMA dalam memodelkan fluktuasi dari banyaknya kejadian gempa tektonik beserta estimasi rata-rata amplitudo untuk tiga periode berikutnya.

## 2. Tinjauan Pustaka

### 2.1 Prosedur Pengujian Stasioneritas Akar dan Long Memori

Metode uji akar unit unit Dickey-Fuller mengasumsikan bahwa residual bersifat independen dengan rata-rata nol, varians konstan, dan tidak saling berhubungan (non-autokorelasi). Langkah awal yang harus dilakukan pengujian ini adalah menaksir model autoregresi dari masing-masing variabel. Berikut model autoregresi yang dimaksud:

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + u_t \rightarrow \Delta Z_t = (\rho - 1)Z_{t-1} + u_t = \delta Z_{t-1} + u_t \quad (1)$$

Dengan melihat kembali persamaan (1), berikut ini prosedur pengujian stasioneritas data menggunakan metode akar unit Dickey-Fuller (DF): (Box G.E.P, et.al [2])

1) Perumusan Hipotesis

$H_0 : \delta = 0$  (data mengandung akar unit / data deret waktu tidak stasioner)

$H_1 : \delta \neq 0$  (data tidak mengandung akar unit / data deret waktu stasioner)

2) Besaran yang diperlukan : taraf signifikansi( $\alpha$ ), Parameter  $\delta$  dan  $SE(\delta)$

3) Statistik Uji ,  $t = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})}$  (2)

4) Kriteria Pengujian, Tolak  $H_0$  jika  $|t_\delta| \geq |t_{(n-1;\alpha)}|$

Proses stasioner dengan fungsi autokorelasi,  $\rho_k$  dapat dikatakan sebagai proses memori jangka panjang (*long memory*) bila  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^t |\rho_j|$  adalah tak konvergen atau misalkan  $\gamma(k) = Cov(Z_t, Z_{t+k})$  adalah fungsi autokovarian pada lag ke- $k$  dari proses  $\{Z_t : t \in \mathbb{Z}\}$ , *long memory* dapat didefinisikan sebagai  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\gamma(k)| = \infty$  (Capurale, G.M dan Skare, M [3]).

Penanganan data nonstasioner dilakukan dengan tahap *differencing*  $(1 - B)^d$  dengan nilai  $d$  bernilai riil. Dengan transformasi tersebut dapat menghilangkan ketidastasioneran dan menghilangkan trend data. Sifat *long memory* dapat dibuktikan dengan cara mendapatkan nilai *Hurst* berdasarkan statistik *R/S*. Nilai *Hurst* ditentukan dengan menentukan rata-rata, *adjust mean*, dan standar deviasi dari data deret waktu yaitu masing-masing  $\bar{Z} = \sum_{t=1}^T Z_t$ ,  $Z_t^{adj} = Z_t - \bar{Z}$  dan  $S_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Z_t - \bar{Z})^2}$ , dengan  $t = 1, 2, \dots, T$  dan  $T$  adalah banyaknya pengamatan. Selanjutnya, ditentukan deviasi kumulatif dan rentang dari deviasi kumulatif tersebut yaitu  $Z_t^* = \sum_{t=1}^T Z_t^{adj}$  dan  $R_t = Max(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*) - Min(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*)$ . Apabila nilai *Hurst* ( $H$ ) = 0,5 maka data

bersifat *short memory*, bila  $0 < H < 0,5$  maka sifat yang ditunjukkan adalah *intermediate memory*, dan memiliki Sifat *long memory* pada interval  $0,5 < H < 1$  (Palma, W [6]).

## 2.2 Prosedur Pemodelan ARFIMA

Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA)  $(p, d, q)$  yang dikembangkan memiliki tiga parameter yaitu  $p$  adalah parameter *autoregressive*,  $q$  adalah parameter *moving average*, dan  $d$  mempunyai nilai bilangan riil. berikut Model ARFIMA  $(p, d, q)$  (Wei, W.W [9]).

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)e_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

dengan  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$  adalah AR( $p$ ) dan  $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$  adalah MA( $q$ ), dan  $e_t$  berdistribusi identik independen  $N(0, \sigma_a^2)$ .

Filter pembeda  $(\nabla^d)$  dalam ARFIMA menggambarkan adanya ketergantungan jangka panjang dalam deret. Filter ini diekspansikan sebagai deret binomial.

$$\nabla^d = (1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k (B)^k \quad (4)$$

dengan  $\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}$ .  $B$  merupakan *backward shift operator* ( $B^m Z_t = Z_{t-m}$ ), dan  $\Gamma(\cdot)$  merupakan fungsi gamma, sehingga

$$\begin{aligned} \nabla^d &= (1 - B)^d = \binom{d}{0} (-1)^0 B^0 + \binom{d}{1} (-1)^1 B^1 + \binom{d}{2} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= \frac{d!}{0!(d-0)!} (-1)^0 B^0 + \frac{d!}{1!(d-1)!} (-1)^1 B^1 + \frac{d!}{2!(d-2)!} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(0+1)\Gamma(d-0+1)} (-1)^0 B^0 + \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(1+1)\Gamma(d-1+1)} (-1)^1 B^1 + \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(2+1)\Gamma(d-2+1)} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= 1 - dB - \frac{1}{2}d(1-d)B^2 - \frac{1}{6}d(1-d)(2-d)B^3 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Persamaan (5) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\nabla^d = (1 - B)^d = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} (B)^k \quad (6)$$

## 3. Metode Penelitian

### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari *United States Geological Survey* (USGS) dengan situs <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/>. Data tersebut adalah data gempa

tektonik yang terjadi setiap bulan beserta rata-rata magnitudo setiap bulan di wilayah Sumatera dari Januari 1978 sampai dengan Maret 2014 yang dibatasi koordinat  $6.0^{\circ}\text{LU} - 6.0^{\circ}\text{LS}$  dan  $95^{\circ}\text{BT} - 105^{\circ}\text{BT}$  dengan magnitudo  $\geq 1.0$  SR.

### 3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel deret waktu banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera.

### 3.3. Prosedur Analisis Data

Berikut ini adalah tahapan analisis yang akan dilakukan:

- 1) Menganalisis data dengan pendekatan statistika deskriptif, *software* yang digunakan adalah Excel dan *software* Arc View GIS 3.3.
- 2) Melakukan Pemodelan ARFIMA, yang terdiri dari beberapa tahapan, diantaranya :
  - a. Melakukan pengujian stasioneritas data
  - b. Menentukan nilai parameter Model ARFIMA
  - c. Melakukan pengujian signifikansi model
  - d. Melakukan pengujian White Noise
  - e. Melakukan pengujian kenormalan residual model
- 3) pemilihan model terbaik dengan kriteria nilai RMSE minimum.
- 4) Melakukan peramalan menggunakan model ARFIMA yang terpilih.

*Software* yang digunakan dalam mengolah data berdasarkan langkah 2) sampai langkah 4) menggunakan bantuan software R 3.02, *Oxmetrics* 4. Adapun R package untuk Model ARFIMA mengacu pada tulisan Veenstra J. [8].

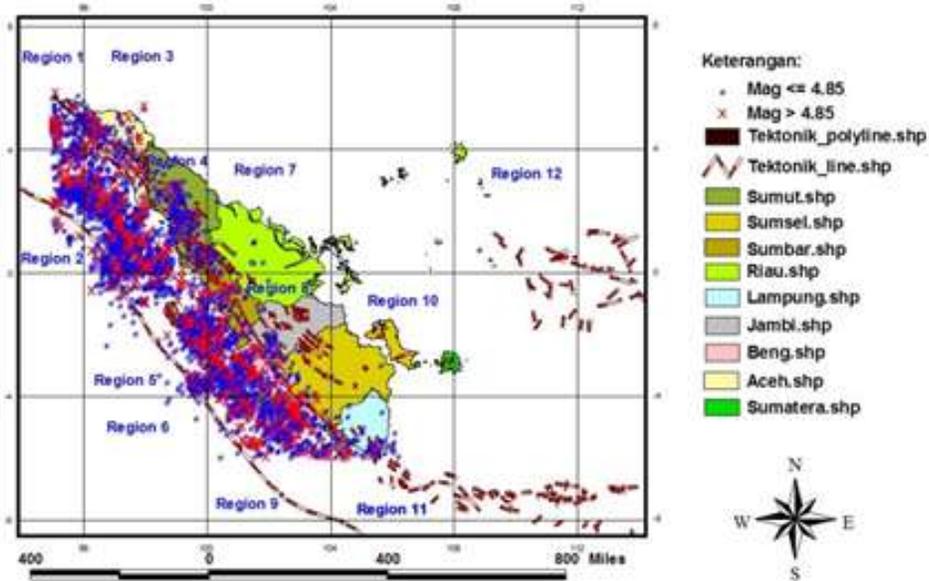
## 4. Hasil dan Pembahasan

### 4.1 Statistika Deskriptif Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Sumatera

Dengan menggunakan analisis statistik deskriptif diperoleh kejadian gempa tektonik paling sedikit terjadi sebanyak satu kali dalam satu bulan dan paling banyak terjadi 869 kali dalam satu bulan dengan rata-rata magnitudonya yaitu minimum 4,10 SR dan maksimum 5,77 SR dalam satu bulan. Sedangkan rata-rata gempa tektonik yang terjadi sebanyak 20 kali setiap bulan dan rata-rata dari rata-rata magnitudo gempa tektonik yang terjadi setiap bulan 4,98 SR.

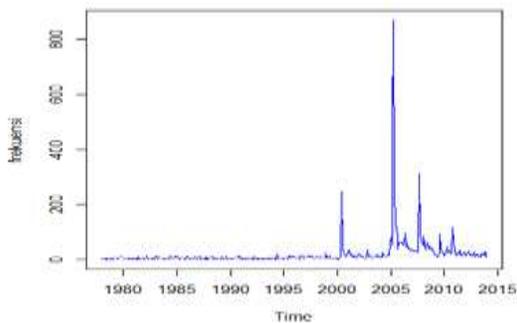
Dalam tulisan ini, hanya ditampilkan deskripsi kejadian gempa bumi yang terjadi dari tahun 2004 sampai tahun 2014. Dapat dilihat pada gambar 3, bahwa titik-titik yang berwarna biru memberikan informasi terjadinya gempa berkekuatan  $\leq 4.85$

SR dan yang berwarna merah memberikan informasi terjadinya gempa berkekuatan > 4.85 SR. Ini menunjukkan adanya kecenderungan bahwa yang lebih banyak terjadi adalah gempa dengan kekuatan yang kecil. Dapat pula dilihat pada gambar 3 terdapat pembagian *region*, hal ini dapat digunakan untuk mengetahui keadaan aktivitas seismik di Sumatera.

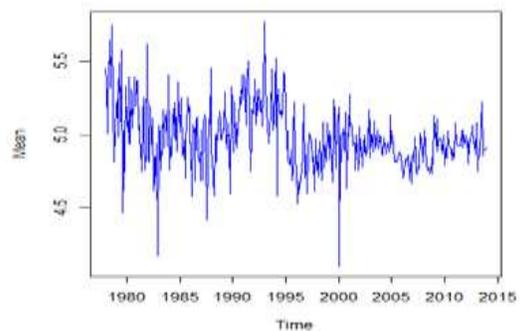


Gambar 3. Peta Kejadian Gempa Bumi di Sumatera Tahun 2004-2014

Berdasarkan gambar 4 dan 5 diduga banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo telah stasioner dalam rata-rata karena trendnya cenderung datar, pada kedua gambar tersebut ada beberapa data yang menjurai baik ke atas maupun ke bawah yang mengindikasikan kedua data tersebut tidak stasioner dalam varian.



Gambar 4. Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan



Gambar 5. Rata-Rata Magnitudo Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan

## 4.2 Tahapan Pemodelan ARFIMA Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Sumatera

### 4.2.1 Pengujian Kestasioneran Data

Berdasarkan tabel 1 diperoleh bahwa banyaknya gempa tektonik yang terjadi stasioner terhadap varian setelah dilakukan transformasi Box-Cox sebanyak dua kali karena nilai  $\lambda = 1$ . Sedangkan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi stasioner terhadap varian setelah dilakukan transformasi satu kali.

Tabel 1. Transformasi Box-Cox pada data Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data		Nilai $\lambda$	Stasioner
Sebelum Transformasi	Banyaknya Gempa Tektonik	-0,181	Tidak
	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	-0,431	
Transformasi Pertama	Banyaknya Gempa Tektonik	0,991	Tidak
	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	1	Ya
Transformasi Kedua	Banyaknya Gempa Tektonik	1	Ya
	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	1	

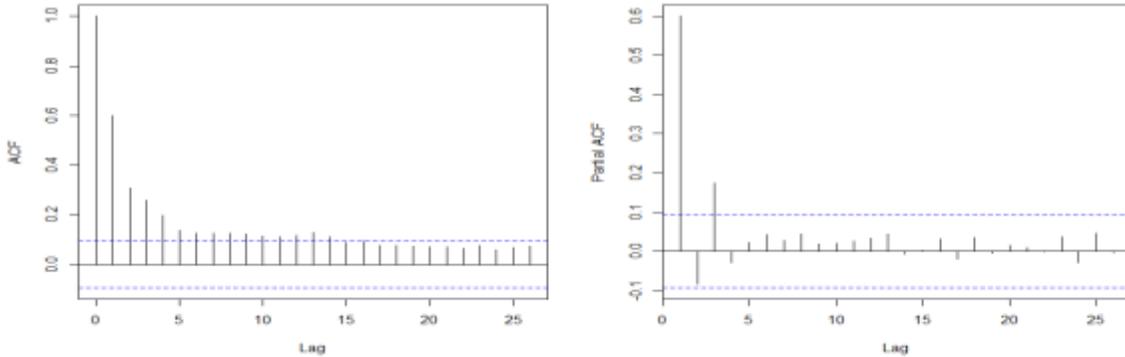
Berdasarkan hasil pengujian ADF pada tabel 2 diperoleh bahwa nilai  $|t_{\delta}| > |t_{tabel}|$  atau *p-value* lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$  sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua data tersebut yaitu banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi telah stasioner terhadap rata-rata.

Tabel 2. Uji ADF pada Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi setiap Bulan dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi setiap Bulan di Wilayah Sumatera

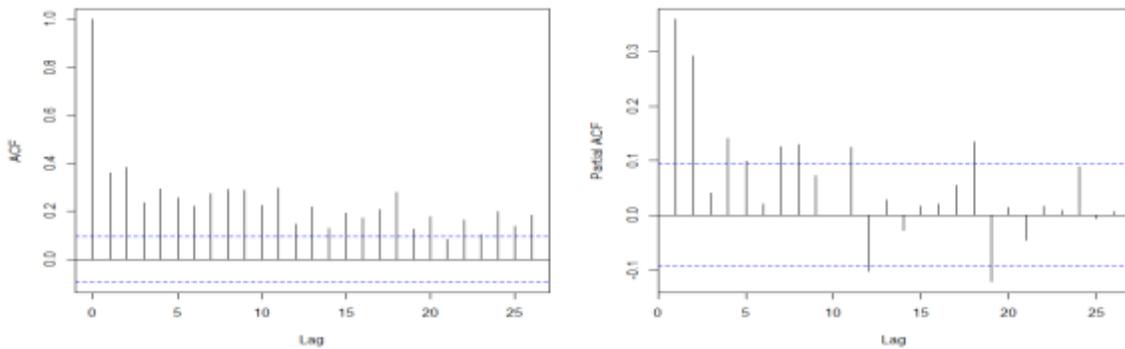
Data	Nilai ADF ( $t_{\delta}$ )	$t_{tabel}$	<i>p-value</i>	Kesimpulan
Banyaknya Gempa Tektonik	-5,771	1,966	0,010	Stasioner
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	-4,673	1,966	0,010	Stasioner

Pada gambar 6 yaitu plot ACF terlihat bahwa autokorelasi setiap *lag*nya menurun secara hiperbolik perlahan-lahan menuju nol. Hal ini mengindikasikan terjadinya *long memory*. Sedangkan pada gambar 7 yaitu plot ACF terlihat bahwa autokorelasi setiap *lag*nya menurun tetapi tidak sama dengan plot ACF pada gambar 6, sehingga *long memory* cukup sulit untuk diidentifikasi. Namun, untuk membuktikan adanya *long memory* dapat dilakukan dengan mendapatkan nilai *Hurst* (*H*) berdasarkan

statistik R/S. Apabila nilai  $H$  berada pada interval  $0,500 < H < 1$ , maka data tersebut memiliki sifat *long memory*. Berikut ini adalah nilai  $H$  yang diperoleh dengan bantuan *software R 3.0.2*.



Gambar 6. Plot ACF dan PACF Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera



Gambar 7. Plot ACF dan PACF dari Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Berdasarkan tabel 3, dapat disimpulkan bahwa kedua data tersebut memiliki *long memory* yaitu pengamatan yang letaknya berjauhan masih mempunyai korelasi yang tinggi. Sehingga untuk menangkap *long memory* pada data, maka perlu dilakukan *differencing* dengan menggunakan nilai  $d$  yang diperoleh dari metode GPH.

Tabel 3. Statistik *Hurst* dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Nilai ( $H$ )	SE	t-value	Long Memory
Banyaknya Gempa Tektonik	0,712	0,03	21,945	Ya
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	0,796	0,02	44,608	Ya

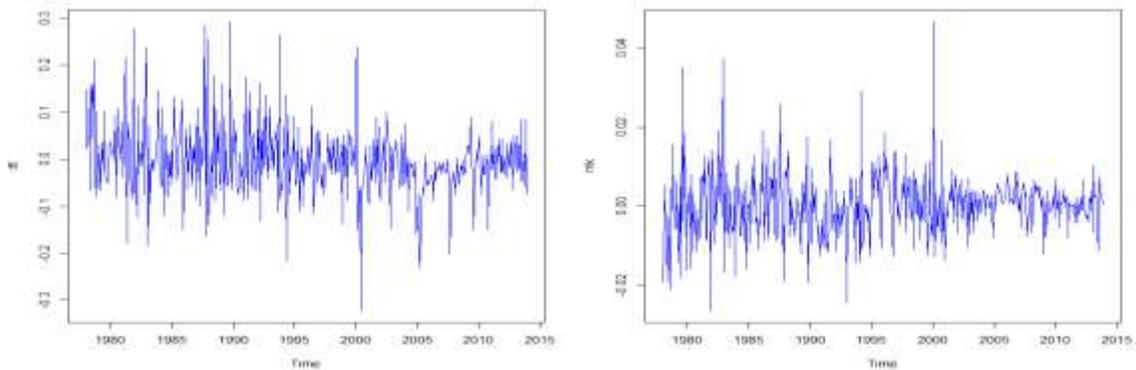
Dari tabel 4 diperoleh nilai  $d$  taksiran untuk banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi yaitu masing-masing 0,350 dan 0,310. Nilai  $d$  tersebut digunakan untuk mendifferensikan data yang telah ditransformasi Box-Cox.

Tabel 4. Taksiran Pembeda Fraksional ( $d$ ) dari Data Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Nilai $d$	Asymptotic Standard Deviation	SE Deviation
Banyaknya Gempa Tektonik	0,350	0,060	0,027
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	0,310	0,050	0,052

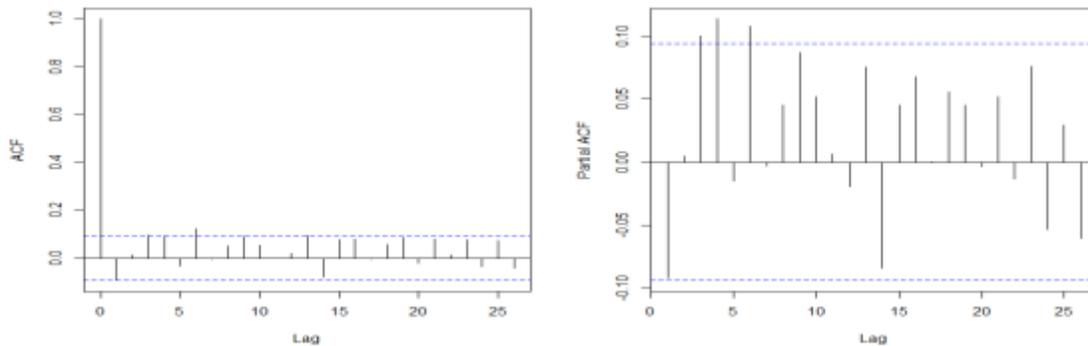
Standar deviasi masing-masing data tersebut adalah 0,060 dan 0,050 sehingga nilai  $d$  yang memungkinkan masing-masing berkisar antara 0,290 sampai 0,410 dan antara 0,260 sampai 0,360.

Berikut ini adalah plot deret waktu, ACF dan PACF dari kedua data pengamatan yang telah ditransformasi Box-Cox dan didifferencing dengan  $d = 0,350$  dan  $d = 0,310$ .



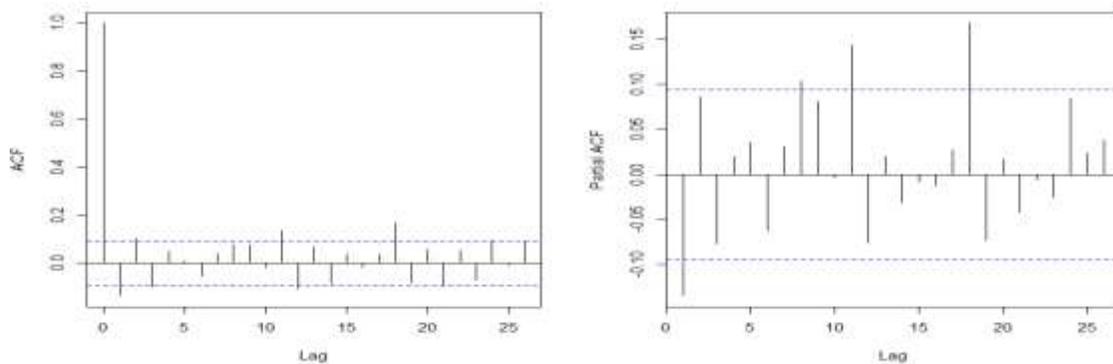
Gambar 8. Plot dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi setiap Bulan di Wilayah Sumatera yang Stasioner

Gambar 8 menunjukkan banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi yang stasioner terhadap varian dan stasioner terhadap rata-rata serta tidak memiliki *long memory*. Dapat dilihat pada gambar 9 dan gambar 10, ini merupakan plot ACF dan PACF banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi yang stasioner terhadap varian dan stasioner terhadap rata-rata serta tidak memiliki *long memory*.



Gambar 9. Plot ACF dan PACF Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi setiap Bulan di Wilayah Sumatera yang Stasioner

Berdasarkan *lag-lag* pada ACF dan PACF, maka dapat diperoleh model dugaan awal sementara. Pada gambar 9 diperlihatkan *lag moving average (q)* yaitu plot ACF terputus pada *lag* ke-3, sedangkan *lag* pada plot PACF atau *lag autoregressive (p)* terputus setelah *lag* ke-4, hal tersebut mengindikasikan model ARFIMA (4,0.350,3).



Gambar 10. Plot ACF dan PACF Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera yang Stasioner

Sedangkan gambar 10 memperlihatkan juga bahwa *lag moving average (q)* yaitu plot ACF terputus setelah *lag* ke-3, sedangkan *lag* pada plot PACF atau *lag autoregressive (p)* terputus setelah *lag* ke-1, hal tersebut mengindikasikan model ARFIMA (1,0.310,3).

#### 4.2.2 Penaksiran dan Pengujian Parameter, Pengujian White Noise, dan Pengujian Kenormalan Residual untuk Model ARFIMA

Penaksiran parameter pada model ARFIMA dilakukan dua tahap yaitu menaksir nilai pembeda fraksional ( $d$ ) dengan menggunakan metode GPH kemudian estimasi parameter  $p$  dan  $q$ . Nilai  $d$  dapat dilihat pada tabel 4, sedangkan parameter  $p$  dan  $q$  diperoleh dengan menggunakan metode maksimum *likelihood*. Berikut ini adalah estimasi parameter dari model dugaan sementara yang diperoleh.

Berdasarkan hasil uji signifikansi parameter  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \theta_1, \theta_2$ , dan  $\theta_3$  (tabel 5) dapat disimpulkan pada model ARFIMA (4,0.35,3), semua parameter yang signifikan dan ARFIMA(1,0.31,3) memiliki beberapa parameter yang tidak signifikan. Berdasarkan hasil uji *white noise* pada lag ke-12, 24, 36 dan 48 dapat disimpulkan bahwa residual pada model ARFIMA (4,0.35,3) adalah *white noise* karena semua residual pada setiap lag yang diuji adalah *white noise*, sedangkan residual pada ARFIMA (1,0.31,3) tidak *white noise* karena semua residual setiap lag diuji tidak *white noise*.

Tabel 5. Estimasi dan Pengujian Parameter dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Model	Parameter	Koefisien	t-hitung	p-value	Hasil Pengujian
Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (4,0.35,3)	C	0,683	6,13	0,000	Signifikan
		AR 1	-0,863	-15,90	0,000	Signifikan
		AR 2	0,607	12,30	0,000	Signifikan
		AR 3	1,024	21,70	0,000	Signifikan
		AR 4	0,188	3,69	0,000	Signifikan
		MA1	0,769	26,10	0,000	Signifikan
		MA 2	-0,697	-17,10	0,000	Signifikan
	MA3	-0,929	-29,10	0,000	Signifikan	
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (1,0.31,3)	C	0,499	26,59	0,000	Signifikan
		AR 1	-0,990	-57,30	0,000	Signifikan
		MA 1	0,880	17,00	0,000	Signifikan
		MA 2	-0,040	-0,534	0,594	Tidak Signifikan
		MA 3	0,070	1,530	0,127	Tidak Signifikan

Tabel 6. Uji *White Noise* pada Model Sementara dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Lag	Banyaknya Gempa Tektonik				Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik			
	Model ARFIMA (4,0.35,3)				Model ARFIMA (1,0.31,3)			
	Q	$\chi^2_{tabel}$	p-value	White Noise	Q	$\chi^2_{tabel}$	p-value	White Noise
12	5,167	9,488	0,952	Ya	24,705	14,067	0,016	Tidak
24	15,485	26,296	0,906	Ya	51,391	30,143	0,001	Tidak
36	31,335	41,337	0,690	Ya	62,132	44,985	0,004	Tidak
48	42,994	55,759	0,678	Ya	70,152	59,303	0,020	Tidak

Pengujian residual saling bebas (*white noise*) dan pengujian normalitas residual pada tabel 6 dan 7, menerangkan bahwa model ARFIMA (4,0.35,3) telah memenuhi pengujian-pengujian tersebut sehingga model tersebut cukup baik untuk digunakan, Model ARFIMA (1,0.31,3) belum memenuhi pengujian-pengujian tersebut seperti pa-

parameter yang tidak signifikan, ada residual pada *lag-lag* tertentu yang tidak *white noise* dan residual yang tidak berdistribusi normal.

Tabel 7. Uji Normalitas dan nilai RMSE pada Model Sementara dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Model	$D_{hitung}$	$D_{tabel}$	Normal	RMSE
Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (4,0.350,3)	0,054	0,059	Ya	0,040
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (1,0.310,3)	0,067	0,059	Tidak	0,013

#### 4.2.3 Model ARFIMA yang Dihasilkan dan Peramalan

Pada banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera diperoleh model ARFIMA (4,0.350,3) sebagai model terbaik yang dapat digunakan untuk peramalan. Model tersebut dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}\phi_4(B)\nabla^{0,350}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,857B - 0,612B^2 - 1,019B^3 - 0,181B^4)(1 - B)^{0,350}Z_t \\ &= (1 - 0,771B + 0,694B^2 + 0,927)e_t\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.9),  $\nabla^{0,350}$  dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\nabla^{0,350} = (1 - B)^{0,350} = 1 - (0,350)B - \frac{1}{2}(0,350)(1 - 0,350)B^2 - \frac{1}{6}(0,350)(1 - 0,350)(2 - 0,350)B^3 + \dots$$

Sedangkan pada rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera diperoleh model ARFIMA (1,0.310,3) sebagai model terbaik yang dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}\phi_3(B)\nabla^{0,310}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,823B + 0,863B^2 + 0,162B^3)(1 - B)^{0,310}Z_t &= (1 - 0,709B - 0,852B^2)e_t\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.9),  $\nabla^{0,310}$  dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\nabla^{0,310} = (1 - B)^{0,310} = 1 - (0,310)B - \frac{1}{2}(0,310)(1 - 0,310)B^2 - \frac{1}{6}(0,310)(1 - 0,310)(2 - 0,310)B^3 + \dots$$

Hasil peramalan model ARFIMA (4,0.350,3) dan model ARFIMA (1,0.310,3) untuk 3 bulan berikutnya diperlihatkan pada Tabel 8.

Tabel 8. Hasil Peramalan dari Model ARFIMA (4,0.35,3) untuk Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Model ARFIMA(3,0.31,2) untuk Rata-Rata Magnitudo

Periode	Peramalan	
	Banyaknya Gempa Tektonik	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik
1	21 kali	4,910 SR
2	14 kali	4,936 SR
3	20 kali	4,960 SR

### 5. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa model matematika terbaik untuk banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera adalah ARFIMA(4,0.350,3) dengan nilai RMSE yaitu 0,040. Model terpilih tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \phi_4(B)\nabla^{0,350}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,857B - 0,612B^2 - 1,019B^3 - 0,181B^4)(1 - B)^{0,350}Z_t \\ &= (1 - 0,771B + 0,694B^2 + 0,927)e_t \end{aligned}$$

Walaupun model ARFIMA (1,0.310,3) belum semuanya memenuhi kriteria kesesuaian model, namun nilai RMSE cukup baik yaitu 0,013. Model tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \phi_3(B)\nabla^{0,310}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,823B + 0,863B^2 + 0,162B^3)(1 - B)^{0,310}Z_t &= (1 - 0,709B - 0,852B^2)e_t \end{aligned}$$

Periode ramalan pertama akan terjadi gempa tektonik 21 kali dengan rata-rata magnitudonya 4,910 SR, Periode ramalan kedua akan terjadi gempa tektonik 14 kali dengan rata-rata magnitudonya 4,936 SR dan pada periode ramalan ketiga akan terjadi gempa tektonik 20 kali dengan rata-rata magnitudonya 4,960 SR.

### Daftar Pustaka

- [1] Abdillah. 2011. *Analisis Keaktifan dan Resiko Gempa Bumi pada Zona Subduksi Daerah Pulau Sumatera dan Sekitarnya dengan Metode Least Square*. [SKRIPSI]. Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Syarif Hidayatullah: Jakarta.
- [2] Box, G. E. P., Jenkins, G. N., Reinsel, G. C. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Prentice Hall: New Jersey.
- [3] Capurale, G.M, Skare, M. 2014. *An ARFIMA-FIGARCH Analysis Long Memory in UK Real GDP 1851-2013*, ISSN 1619-4535. DIW Berlin.
- [4] Fitrianiingsih, R. D. 2009. *Peramalan Gempa Tektonik Di Jawa Dan Bali Menggunakan Model ARIMA*. [SKRIPSI]. MIPA. Universitas Sebelas Maret.

- [5] Natawidjaja, D.H *LaporanKLH2007finalv2sm.pdf*, 2007. Diunduh pada laman [geospasial.menlh.go.id/assets/](http://geospasial.menlh.go.id/assets/) pada tanggal 3 September 2015
- [6] Palma, W. 2007. *Long-Memory Time Series Theory and Methods*. John Wiley & Sons, Inc: New Jersey.
- [7] Siew, L.Y., Chin, L.Y., Pauline, M.J.W. 2008. *ARIMA and Integrated ARFIMA Models for Forecasting Air Pollution Index in Shah Alam, Selangor*. The Malaysian Journal of Analytical Science Vol 12. No.1
- [8] Veenstra, J., Mcleod, A.I. 2015. *The ARFIMA R Package : Exact Methods for Hyperbolic Decay Timeseries*. Journal of Statistical Software Vol 23 Issue 5.
- [9] Wei, W.W. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methodes. Second Edition*. Greg Tobin: Amerika.

Jurnal Matematika Universitas Udayana terindeks:



DOAJ

DIRECTORY OF  
OPEN ACCESS  
JOURNALS

