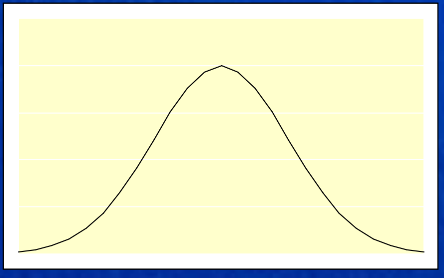
Apresiasi Statistika
(3 sesi)

Disusun oleh :

Sigit Nugroho

Universitas Bengkulu

σμρ



Statistika

ilmu pengetahuan tentang data

- merupakan **bagian dari matematika** yang membahas rumus untuk mengumpulkan, menggambarkan atau menyajikan, menganalisis, dan menginterpretasikan data kuantitatif [*Webster New Collegiate Distionary*]
- merupakan **cabang dari metode ilmiah** yang menggunakan data didapatkan dengan menghitung atau mengukur bagian populasi [*Kendall & Stuart*]
- membahas **metode penarikan kesimpulan** dari hasil percobaan atau proses [*Fraser*]
- sebagai **teknologi metoda ilmiah** yang membahas rancangan percobaan dan investigasi serta inferensia statistika [*Mood*]
- membahas **rancangan percobaan** atau **survai sampling** untuk mendapatkan sejumlah informasi tertentu dan penggunaan informasi secara optimal dalam pembuatan inferensia tentang populasi.

Statistika diterapkan di …

- Pemerintahan
- Olahraga
- Bisnis dan Ekonomi
- Hukum
- Psikologi
- Pendidikan
- Permainan
- Dll.

Statistika vs **Statistik**

Berbeda dengan Statistika, istilah **Statistik** adalah rumus atau formula yang merupakan fungsi dari data

Rata-rata contoh $$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Ragam contoh

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

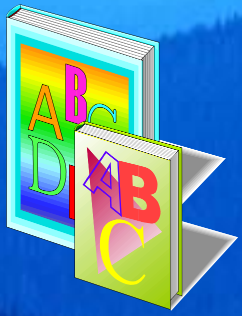
Statistika
Deskriptif vs Inferensia

- **Statistika deskriptif** digunakan untuk ***menggambarkan*** dan menganalisa data dengan menghitung sedikitnya satu statistik contoh, dengan membangun grafik atau tabel, atau dengan membandingkan hasil data yang lain. [**Penyajian data dengan statistik sederhana**]

- **Statistika inferensia** menginterpretasikan hasil-hasil atau menghitung statistik-statistik yang diperoleh dari contoh untuk mengestimasi / menduga parameter populasi. [**Pendugaan parameter populasi dan pengujian hipotesis**]

Peristiwa (*Event*)

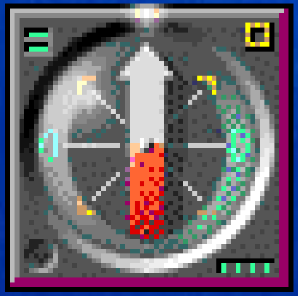
- Suatu **peristiwa** atau **kejadian** (*event*) adalah satu atau lebih dari semua kemungkinan keluaran sebuah tindakan (*trial*) atau percobaan (*experiment*).
  - **Kejadian tunggal/ sederhana** :
    - munculnya **salah satu** kartu berikut dari setumpuk kartu bridge standar: A♠ ,K♠ ,Q♠ ,J♠ ,10♠ ,9♠ ,8♠,7♠ ,6♠ ,5♠ ,4♠ ,3♠ ,2♠ ,A♥ ,K♥ ,Q♥ ,J♥ ,10♥ ,9♥ ,8♥ ,7♥ ,6♥ ,5♥ ,4♥ ,3♥ ,2♥ , A♣ ,K♣ ,Q♣ ,J♣ ,10♣ ,9♣ ,8♣ ,7♣ ,6♣ ,5♣ ,4♣ ,3♣ ,2♣, A♦ ,K♦ ,Q♦ ,J♦ ,10♦ ,9♦ ,8♦ ,7♦ ,6♦ ,5♦ ,4♦ ,3♦ ,2♦ .
    - Bila dalam satu kelas pendidikan terdapat : 5 ka sie, 4 ka unit, dan 1 officer maka terpilihnya seorang officer secara acak, merupakan persitiwa tuggal atau peristiwa sederhana



  - **Kejadian majemuk** :
    - terambilnya kartu ♣ dari setumpuk kartu bridge standar = { A♣ ,K♣ ,Q♣ ,J♣ ,10♣ ,9♣ ,8♣ ,7♣ ,6♣ ,5♣ ,4♣ ,3♣ ,2♣}, atau munculnya kartu A = {A♠ ,A♥ ,A♦ ,A♣ }
    - Bila dalam satu kelas pendidikan terdapat : 5 ka sie, 4 ka unit, dan 1 officer maka terpilihnya seorang ka sie secara acak, merupakan persitiwa majemuk

Peluang suatu Peristiwa

- ***Peluang*** adalah suatu nilai diantara 0 dan 1 (inklusif) yang menggambarkan besarnya kesempatan akan munculnya suatu kejadian tertentu pada kondisi tertentu. Istilah lain dari peluang adalah probabilitas.
  - Metode Klasik / a priori
  - Metode Frekuensi / a posteriori
  - Subyektif (**hanya boleh** digunakan apabila kedua cara diatas tak dapat dihitung)



Penentuan Peluang:

Metode Klasik / a priori

- ***Metode Klasik*** *atau* ***A Priori***. Jika diketahui bahwa kejadian A dapat muncul dalam m cara dan total seluruh kemungkinan kejadian adalah n, maka peluang sebenarnya kejadian A dinotasikan dengan

$$P(A) = \frac{banyaknya \quad cara \quad A}{total \quad semua \quad cara} = \frac{m}{n}$$

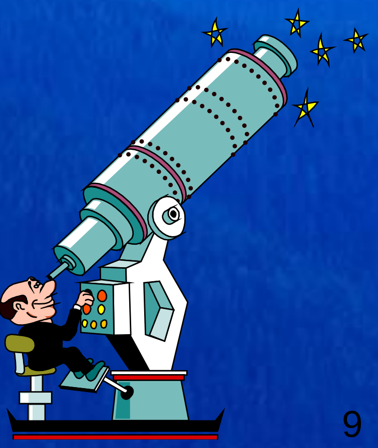
Bisa ditentukan tanpa harus melakukan percobaan atau menggunakan catatan masa lalu

Penentuan Peluang:

Metode Frekuensi / a posteriori

- ***Metode Frekuensi*** *atau* ***A Posteriori***. Jika kejadian serupa A muncul m kali dalam total percobaan n, maka peluang pengamatan A dapat dinyatakan dengan

$$P(A) = \frac{banyaknya \quad A \quad muncul}{total \quad percobaan} = \frac{m}{n}$$



Ditentukan dengan melakukan percobaan atau menggunakan catatan masa lalu

Populasi

- ***Populasi*** adalah seluruh obyek yang mungkin terpilih atau keseluruhan ciri yang dipelajari.
- Nilai sebenarnya dari sifat populasi disebut dengan ***parameter populasi***, yang biasanya dilambangkan dengan huruf Yunani seperti μ (mu), σ (sigma), π (pi), ρ (rho), dan θ (theta).
- Notasi μ biasanya digunakan untuk menyatakan parameter nilai tengah (rata-rata) populasi, σ digunakan untuk menyatakan simpangan baku (standar deviasi) populasi, π digunakan untuk menyatakan proporsi populasi dan ρ digunakan untuk menyatakan korelasi dua populasi.

Contoh (*Sampel*)

- ***Contoh acak*** atau ***contoh*** adalah bagian populasi yang digunakan untuk menduga nilai parameter populasi.
- Nilai yang diperoleh dari contoh disebut dengan **nilai statistik**.
- Mengapa mengambil contoh ?
  - Keterbatasan **sumberdaya** (waktu, tenaga, biaya, dan sebagainya) mungkin akan berakibat pada kita sehingga kita tidak dapat memperoleh data populasi, **lebih jauh** tidak dapat menghitung nilai parameter populasi.

Peubah (Variabel)

- ***Peubah*** merupakan ciri populasi yang dipelajari dari satuan amatan, biasanya dilambangkan dengan huruf besar atau kapital (misalnya: X, Y, atau Z), dapat mengambil satu dari beberapa nilai
  - ***Diskret*** : nilainya terisolasi, biasanya karena didefinisikan atau didapatkan dengan cara menghitung.
    - Jumlah anggota keluarga, jumlah ternak yang dimiliki, dll.
  - ***Kontinu*** : nilainya diperoleh karena suatu pengukuran (menggunakan alat ukur)
    - Luas tanah, berat badan, simpanan yang ada di bank, dll.

Skala Pengukuran Data

- **Nominal** : angka hanya menunjukkan kategori
  - Jenis Kelamin, Status Pernikahan, Kepegawaian
- **Ordinal** : angka selain menunjukkan kategori, tetapi juga mengandung peringkat atau urutan
  - Urutan juara, data diperingkatkan
- **Interval** / **Selang** : selain sifat yang dimiliki Ordinal, bisa diukur beda / jarak nya
  - Skala pengukur temperatur (Celcius, Reamur, Fahrenheit) dan pengkur gempa (Richter)
- **Rasio** / **Nisbah** : semua sifat interval plus bisa dibandingkan (rasio)
  - Waktu datangnya nasabah, rata-rata tabungan, luas bangunan, total produksi hasil pertanian

Notasi Matematis

- Penjumlahan ← digunakan notasi Σ (huruf S kapital Yunani)

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$$

Jumlah x_i untuk i mulai dari 1 sampai dengan n

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$$

Jumlah x_i kuadrat untuk i mulai dari 1 sampai dengan n

Notasi Matematis

- Perkalian ← digunakan notasi Π (huruf P kapital Yunani)

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 x_2 \ldots x_n$$

Hasil perkalian x_i untuk i mulai dari 1 sampai dengan n

$$\prod_{i=1}^{3} (z_i - 5)^2 = (z_1 - 5)^2 (z_2 - 5)^2 (z_3 - 5)^2$$

Hasil Perkalian (z_i -5) kuadrat untuk i mulai dari 1 sampai dengan 3

Teknik Menghitung

(*Counting Technique*)

Prinsip Multiplikasi

Apabila suatu operasi dapat dilakukan dalam n_1 cara dan operasi berikutnya dapat dilakukan dalam n_2 cara, maka secara keseluruhan terdapat sebanyak n_1n_2 cara dimana kedua operasi tersebut dilakukan.

Misalkan Gepeng memiliki 5 baju lengan panjang warna terang yang diperbolehkan dipakai dikantor serta 4 celana panjang warna gelap untuk kegunaan yang sama. Dengan demikian, Gepeng dapat memakai (5)(4) = 20 kombinasi baju dan celana panjang yang dapat dipakai bekerja.

Prinsip multiplikaksi ini dapat diperluas untuk lebih dari dua operasi. Lebih khusus lagi, jika sebanyak *r* operasi ke-j dapat dilaksanakan dalam n_j cara, maka keseluruhan *r* operasi tersebut akan menghasilkan sebanyak

$$\prod_{j=1}^{r} n_j = (n_1)(n_2)\ldots(n_r)$$

Lanjutan …

Jika terdapat N kemungkinan keluaran dari tiap r tindakan dalam suatu percobaan, maka akan didapatkan sebanyak N^r kemungkinan keluaran dalam ruang contohnya.

Misalkan ada 15 soal pilihan berganda dalam suatu ujian, dimana setiap soal memiliki 5 jawaban. Dengan demikian, total seluruh kemungkinan jawaban yang terjadi adalah 5^{15}.

Faktorial

Dalam satu hal terambilnya 5 kartu {A♠, K♠, Q♠, J♠, 10♠} dan {10♠, A♠, K♠, J♠, Q♠} dapat merupakan peristiwa yang sama, tetapi juga dapat merupakan peristiwa yang tidak sama. Apabila kita inginkan keluaran tersebut **berdasarkan urutan** keluarnya, maka sudah jelas kedua peristiwa tersebut **tidak sama**. Namun apabila **urutan keluarnya tidak dipentingkan**, melainkan apa-apa saja yang menjadi anggota dalam peristiwa tersebut, maka kedua peristiwa tersebut dikatakan **sama**.

Hasil kali dari bilangan-bilangan **bulat positif** dari 1 sampai dengan n, yaitu (1)(2)(3) … (n-2)(n-1)(n) = n! (dibaca ***n faktorial***).

Untuk n = 0, didefinisikan 0! = 1

Misalnya 3! = (3)(2)(1) = 6 dan 5! = (5)(4)(3)(2)(1) = 120 dan sebagainya.

Banyaknya permutasi dari sebanyak *n* obyek yang dapat dibedakan adalah *n!*

Permutasi

- Banyaknya permutasi dari *n* obyek yang berbeda diambil sebanyak *r* sekaligus adalah

$$ {}_nP_r = P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} $$

- Teorema ini dipakai apabila seseorang tertarik pada banyaknya cara memilih *r* obyek dari sebanyak *n* obyek yang berbeda dan kemudian mengurutkan *r* obyek tersebut.

- Dari keempat calon Pimpinan Wilayah terbaik yang dimilikinya (A, B, C, dan D), Direksi harus memilih dua teratas diantaranya berdasarkan ranking. Oleh karenanya seluruh kemungkinan susunan dua calon (Pinwil dan Wapinwil) terbaik tersebut adalah:

AB	AC	AD	BC	BD	CD
BA	CA	DA	CB	DB	DC

$$ {}_4P_2 = P_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{(4)(3)(2)(1)}{(2)(1)} = 12 $$

Kombinasi

- Banyaknya kombinasi *n* obyek yang berbeda dan diambil sebanyak *r* sekaligus adalah
- Banyaknya permutasi yang dapat dibedakan dari sebanyak *n* obyek dimana sebanyak *r* darinya adalah sejenis dan *n-r* adalah jenis lain adalah

$$\binom{n}{r} = C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Dari sebanyak 5 (A, B, C, D, dan E) calon ka unit terbaik yang ada, akan diambil 2 orang yang akan ditempatkan sebagai ka unit. Maka kemungkinan mereka yang akan terpilih adalah: A dan B, A dan C, A dan D, A dan E, B dan C, B dan D, B dan E, C dan D, C dan E, atau D dan E.

$$\binom{5}{2} = C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{(5)(4)(3)(2)(1)}{(2)(1)(3)(2)(1)} = 10$$

Sifat-sifat Kombinasi

$$C_0^n = 1$$

$$C_1^n = n$$

$$C_{n-1}^n = n$$

$$C_n^n = 1$$

Lanjutan …

Banyaknya permutasi dari *n* obyek yang terdiri dari *k* jenis dimana masing-masing jenis berturut-turut banyaknya r_1, r_2, …,r_k adalah

$$\frac{n!}{\prod_{i=1}^{k} r_i!} = \frac{n!}{r_1!r_2!\ldots r_k!}$$

Banyaknya susunan huruf (belum tentu merupakan kalimat) dari huruf-huruf penyusun BARBARA adalah

$$\frac{7!}{2!3!2!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(2)(1)(3)(2)(1)(2)(1)} = 210$$

Latihan

Tentukan nilainya

$$C_0^4 + C_2^4 + C_4^4$$

$$C_0^6 + C_2^6 + C_4^6 + C_6^6$$

$$\sum_{i=0}^{n} C_{2i}^{2n}$$

Himpunan

Suatu **himpunan** atau gugus adalah merupakan sekumpulan obyek. Pada umumnya anggota dari gugus tersebut memiliki suatu sifat yang sama. Suatu **himpunan bagian** atau anak gugus merupakan sekumpulan obyek yang anggotanya juga merupakan anggota dari himpunan lain.

Himpunan Semesta (S) atau Semesta Pembicaraan adalah kumpulan semua obyek yang dipelajari. Himpunan bilangan nyata atau riel misalnya, adalah sebuah contoh dari himpunan semesta. Sedangkan himpunan yang tidak memiliki anggota disebut **himpunan kosong** ($\varnothing$).

Himpunan

Semesta Pembicaraan	Himpunan	Himpunan Kosong
Semua mobil di Indonesia	Semua mobil dengan transmisi otomatis	Semua mobil dengan bahan bakar air
Jumlah mata dadu standar atau S={1,2,3,4,5,6}	Mata dadu genap dari dadu standar A = {2,4,6}	Mata dadu lebih dari 7 dari dadu standar B = ∅

Diagram Venn

mempermudah memahami himpunan

- **Diagram Venn** digunakan untuk menggambarkan himpunan-himpunan dan bagaimana hubungan antar himpunan-himpunan tersebut.
- **Gabungan** dari dua himpunan adalah himpunan yang mengandung semua anggota yang dimiliki oleh himpunan pertama atau himpunan kedua. Misalkan A = {1,2,3,4,5} dan B = {1,3,5,7}, maka gabungan dari A dan B dinotasikan dengan $A \cup B = \{1,2,3,4,5,7\}$
- **Irisan** dari dua himpunan adalah himpunan yang mengandung anggota yang ada pada himpunan pertama dan juga sebagai anggota pada himpunan kedua. Misalkan A = {1,2,3,4,5} dan B = {1,3,5,7}, maka irisan dari A dan B dinotasikan dengan $A \cap B = \{1,3,5\}$.
- **Komplemen** atau pelengkap dari suatu himpunan adalah himpunan yang memiliki anggota, dimana gabungan dari himpunan dan komplemennya adalah himpunan semesta dan irisan himpunan dengan komplemennya adalah himpunan kosong. Misalkan A adalah munculnya mata dadu ganjil dari sebuah dadu standar, maka A = {1,3,5}. Karena S = {1,2,3,4,5,6}, maka komplemen dari A, dituliskan dengan notasi A^c = munculnya mata dadu genap dari dadu standar, atau $A^c = \{2,4,6\}$.

Ruang Contoh

- **Ruang contoh** (S) adalah merupakan himpunan yang anggotanya terdiri dari semua kemungkinan keluaran yang dapat terjadi dari suatu tindakan atau percobaan. Ruang contoh ini analog dengan himpunan semesta.
- Semua yang termasuk dalam S disebut dengan **anggota**.
- Sedangkan sembarang himpunan bagian dari S disebut dengan **kejadian**.

Tindakan – Ruang Contoh - Kejadian

Tindakan / Percobaan	Ruang Contoh	Kejadian
Pelemparan sebuah dadu standar	S = {1,2,3,4,5,6}	A = munculnya mata sedikitnya 4 ={4,5,6} B = munculnya mata ganjil = {1,3,5}
Periksa sepuluh barang dan catat banyaknya yang rusak	S = {0,1,2,3,4,5,6,7, 8,9,10}	C = tak ada yang rusak = {0} D = yang rusak tak lebih dari 20% = {0,1,2}
Umur sebuah lampu (jam)	S = $\{t \geq 0\}$	E = sedikitnya hidup 10 jam = $\{t > 10\}$ F = dapat hidup antara 10 hingga 50 jam = $\{ 0 \leq t \leq 50\}$

Aksioma Peluang

Aksioma merupakan bukti diri yang secara umum telah diterima kebenarannya. Terdapat tiga aksioma dasar dalam semua penghitungan peluang yang akan disarikan disini yang berhubungan dengan ruang contoh S dan kejadian A dan B. Notasi untuk menyatakan peluang digunakan P( ).

1. ***Ketidaknegatifan***. Setiap kejadian memiliki peluang yang tidak negatif. $P(A) \geq 0$.
2. ***Kepastian***. Peluang ruang contoh adalah 1. $P(S) = 1$.
3. ***Gabungan***. Peluang gabungan dari dua kejadian yang saling lepas adalah jumlah peluang dari tiap kejadian. $P(A \cup B) = P(A)+P(B)$ jika $A \cap B = \emptyset$.

Aturan Peluang

Dalam bagian ini akan dibicarakan hal-hal penting yang berhubungan dengan aturan peluang, untuk kejadian-kejadian A, B, dan $\emptyset$.

1. ***$0 \le P(A) \le 1$***. Peluang suatu kejadian, nilainya, terletak diantara 0 dan 1 inklusif.
2. ***$P(\emptyset) = 0$***. Peluang himpunan kosong adalah 0.
3. ***$P(A) \le P(B)$*** jika A adalah himpunan bagian dari B.
4. ***$P(A^c) = 1 - P(A)$.*** Peluang komplemen suatu kejadian adalah 1 – peluang kejadian tersebut.
5. ***$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$***

Beberapa Peluang Peubah Diskrit

Nama Peubah Diskrit	Notasi dan Parameter	P(X=x) dan x dimana P(X=x) terdefinisi	μ_X	σ^2_X
Seragam	X ~ SD(N)	1/N x=1,2,3,…,N	(N+1)/2	$(N^2-1)/12$
Bernouli	X ~ Bin(1,p) 0<p<1 q=1-p	$p^x q^{1-x}$ x=0,1	P	Pq
Binomial	X ~ Bin(n,p) 0<p<1 q=1-p	x=0,1,2,…,n $C_x^n p^x q^{n-x}$	Np	Npq
Geometrik	X ~ Geo(p) 0<p<1 q=1-p	pq^{x-1} x=1,2,…	1/p	q/p^2
Negatif Binomial	X ~ NB(r,p) 0<p<1 q=1-p r=1,2,3,…	x=r,r+1,r+2,… $C_{r-1}^{x-1} p^r q^{r-x}$	r/p	rq/p^2
Hipergeometrik	X ~ Hyp(n,M,N) n=1,2,…,N M=0,1,2,…,N	x=0,1,2,…,n $\frac{C_x^M C_{n-x}^{N-M}}{C_n^N}$	NM/N	n(M/N)(1-M/N) *((N-n)/(N-1))
Poisson	X ~ Poi(μ) μ > 0	x=0,1,2,… $\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$	μ	μ

Beberapa Peluang Peubah Kontinu

Nama Peubah Kontinu	Notasi dan Parameter	$f_X(x)$ dan x dimana fungsi terdefinisi*	μ_X	σ^2_X
Seragam	X ~ SK(a,b) a < b	1/(b-a) a < x < b	(a+b)/2	$(b-a)^2/12$
Normal	$X \sim N(\mu,\sigma^2)$ $\sigma^2 > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$	μ	σ
Gamma	$X \sim Gam(\theta,\kappa)$ $0 < \theta \quad 0 < \kappa$	$0 < x$ $\quad \frac{1}{\theta^\kappa \Gamma(\kappa)} x^{\kappa-1} e^{-x/\theta}$	$\kappa\theta$	$\kappa\theta^2$
Eksponensial	$X \sim Exp(\theta)$ $0 < \theta$	$0 < x$ $\quad \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$	θ	θ^2
Eksponensial 2-Parameter	$X \sim Exp(\theta,\eta)$	$\eta < x$ $\quad \frac{1}{\theta} e^{-(x-\eta)/\theta}$	$\eta+\theta$	θ^2
Eksponensial Ganda	$X \sim EG(\theta,\eta)$	$\frac{1}{2\theta} e^{-\lvert x-\eta \rvert/\theta}$	η	$2\theta^2$
Weibul	$X \sim Wei(\theta,\beta)$	$0 < x$ $\quad \frac{\beta}{\theta^\beta} x^{\beta-1} e^{-(x/\theta)^\beta}$	$\theta\Gamma(1+1/\beta)$	$\theta^2[\Gamma(1+2/\beta)-\Gamma^2(1+1/\beta)]$
Pareto	$X \sim Par(\theta,\kappa)$	$0 < x$ $\quad \frac{\kappa}{\theta(1+x/\theta)^{\kappa+1}}$	$\theta/(\kappa-1)$ $\kappa > 1$	$(\theta^2\kappa)$ / $((\kappa-2)(\kappa-1)^2)$ $\kappa > 2$
Beta	X ~ Beta(a,b) 0 < a $\quad$ 0 < b	$0 < x < 1$ $\quad \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}$		

* bila tak dituliskan x terdefinisi untuk seluruh bilanga

Nilai Harapan / Nilai Ekspektasi

Nilai harapan atau nilai ekspektasi dari sebuah fungsi peubah acak X, g(X) dilambangkan dengan E[g(X)] dapat didefinisikan sebagai berikut

$$E[g\{X\}] = \begin{cases} \sum_{x} g(x).P(X = x) & jika \quad X \ peubah \ acak \ diskrit \\ \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx & jika \quad X \ peubah \ acak \ kontinu \end{cases}$$

Teladan Menghitung Nilai Harapan

Dalam sebuah permainan judi 2 angka (00 s/d 99), jika kita membayar untuk satu lembar kupon sebesar X kita akan memperoleh hadiah sebesar 60X jika menang (sebetulnya 59X, karena X lainnya adalah uang kita). Jika peluang munculnya angka sama, maka berapakah nilai harapan memenangkannya ?

Hanya terdapat dua kemungkinan dalam judi, yaitu MENANG (notasinya : 59X) dengan peluang 1/100 dan KALAH (notasinya : -X) dengan peluang 99/100

E(Menang) = (59X)(1/100) + (-X)(99/100) = -(40/100)X

Artinya setiap kita mengeluarkan X rupiah, dalam jangka panjang secara rata-rata kita sudah menyumbang 0,4 dari yang kita keluarkan

Sebaran Bernoulli

Tindakan Bernoulli adalah suatu tindakan yang hanya menghasilkan 2 macam keluaran.

- Melempar sekeping mata uang logam
- Mengikuti bidding suatu proyek
- Memeriksa barang (cacat/tidak)
- Memutuskan kredit (disetujui/tidak disetujui)

Fungsi peluang peubah acak Bernoulli dengan parameter $0<p<1$ adalah

$$f(x;p) = p^{x}(1-p)^{1-x} \qquad x = 0 \;\; atau \; 1$$

Sebaran Binomial

Binomial adalah sebaran diskrit yang digunakan untuk menduga peluang keluaran tertentu muncul sebanyak x kali dalam suatu contoh terhingga berukuran n yang diambil dari suatu populasi tak terhingga dimana peluang munculnya keluaran tersebut konstan sebesar p.

Peubah Acak Binomial :

- terdiri n tindakan Bernoulli yang saling bebas (munculnya tindakan berikutnya tidak tergantung dari munculnya tindakan sebelumnya)
- peluang untuk tiap keluaran adalah konstan untuk tiap tindakan.

Peubah acak diskrit X yang memiliki sebaran Binomial, dari contoh sebesar n, dengan peluang "berhasil" p (0<p<1) dituliskan dengan notasi *f(x;n,p)* dan formulasinya adalah sebagai berikut

$$f(x;n,p) = \begin{cases} C_x^n p^x q^{n-x} & untuk \quad x = 0,1,2,...,n \\ 0 & untuk \quad selainnya \end{cases}$$

Teladan Soal Binomial

Sebanyak 10 pengajuan permohonan kredit dengan nilai yang sama dan datang bersamaan harus dipilih secara acak beberapa diantaranya karena keterbatasan dana yang ada (anggap semuanya layak). Bila masing-masing permohonan memiliki peluang yang sama untuk memperoleh kredit yaitu 0,6 berapakah

- *Peluang 2 permohonan terkabulkan, bila dana tersedia untuk itu ?*

$$f(2;0{,}6) = C_2^{10} 0{,}6^2 0{,}4^8$$

- *Peluang paling banyak 2 permohonan terkabulkan, bila dana tersedia untuk itu ?*

$$\sum_{x=0}^{2} f(x;0{,}6) = f(0;0{,}6) + f(1;0{,}6) + f(2;0{,}6)$$

$$C_0^{10} 0{,}6^0 0{,}4^{10} + C_1^{10} 0{,}6^1 0{,}4^9 + C_2^{10} 0{,}6^2 0{,}4^8$$

Sebaran Poisson

Poisson adalah sebaran diskrit yang digunakan untuk menduga peluang bahwa peluang keluaran tertentu akan muncul tepat x kali dalam satuan yang dibakukan dengan laju rata-rata munculnya kejadian per satuan adalah konstan (μ).

Sebaran Poisson tidak berbeda banyak dari sebaran Binomial kecuali bahwa peluang Poisson adalah sangat kecil dan ukuran contoh belum tentu diketahui. Asumsi sebaran Poisson adalah

- terdapat n tindakan bebas dimana n sangat besar
- hanya satu keluaran yang dipelajari pada tiap tindakan
- terdapat peluang yang konstan dari munculnya kejadian tiap tindakan
- peluang lebih dari satu keluaran pada tiap tindakan sangat kecil atau dapat diabaikan

Teladan Peubah Poisson

- Banyaknya kecelakaan yang terjadi dalam satu minggu di jalan tol
- Banyaknya nasabah yang datang ke BRI Unit dalam interval waktu tertentu (misal tiap menit atau tiap lima menit)
- Banyaknya pelanggan yang keluar dari suatu sistem layanan

Fungsi Peluang Poisson

Secara umum fungsi kepekatan peluang Poisson dengan parameter μ dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x;\mu) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!} & , \quad x = 0,1,2,\ldots; \quad \mu > 0 \\ 0 & , \quad x \quad selainnya \end{cases}$$

Teladan Soal Peubah Poisson

Dari catatan yang ada diketahui bahwa kecelakaan yang terjadi di sebuah jalan bebas hambatan mengikuti peubah Poisson, dengan rata-rata kecelakaan 3,2 per bulan.

a. Berapakah peluang akan terjadi 3 kecelakaan dalam kurun waktu satu bulan mendatang ?

$$f(3;3,2) = \frac{e^{-3,2}\, 3,2^{3}}{3!}$$

b. Berapakah peluang akan terjadi paling banyak 2 kecelakaan dalam kurun waktu satu bulan mendatang ?

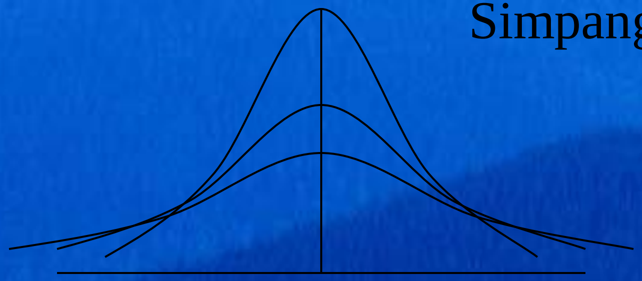
$$\sum_{x=0}^{2} f(x;3,2) = f(0;3,2) + f(1;3,2) + f(2;3,2) = \frac{e^{-3,2}\, 3,2^{0}}{0!} + \frac{e^{-3,2}\, 3,2^{1}}{1!} + \frac{e^{-3,2}\, 3,2^{2}}{2!}$$

Sebaran (Distribusi) Normal

- Pada umumnya, data hasil pengukuran suatu peubah biologis alami (berat badan, tinggi badan, produksi hasil pertanian, dlsb.) apabila di plotkan dengan histogram akan memiliki bentuk yang kira-kira hampir simetris terhadap nilai rata-ratanya.
- Bila histogram tersebut didekati dengan kurva mulus (smoothed curve), maka bentuk kurva akan menyerupai lonceng.
- Nilai rata-rata akan menjadi titik pusat data, dan bentuk sebaran (tumpul atau lancipnya) akan ditentukan oleh besarnya simpangan baku data yang bersangkutan.

Beberapa Sebaran Normal

Simpangan Baku sama dan Rata-rata berbeda



Rata-rata sama dan Simpangan Baku berbeda

Sifat Sebaran Normal

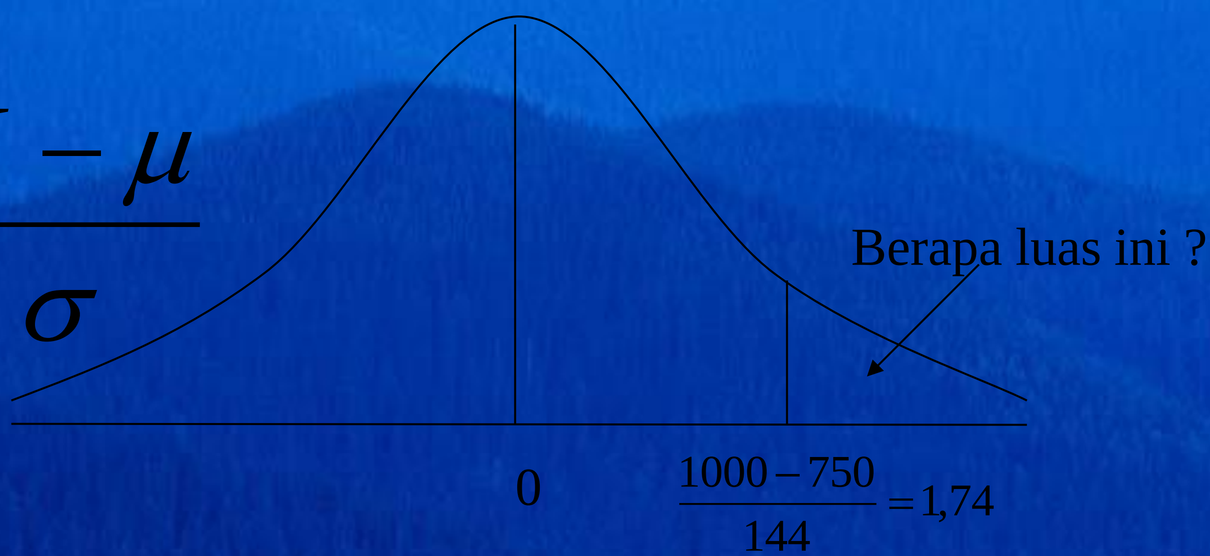
- Simetris terhadap nilai tengah (μ)
- Total luasan dibawah fungsi adalah sama dengan total peluang = 1.

$$f_X(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Sebaran Normal Baku

- Sebaran normal dengan nilai rata-rata (μ) = 0 dan simpangan baku (σ) = 1
- Gunakan transformasi :

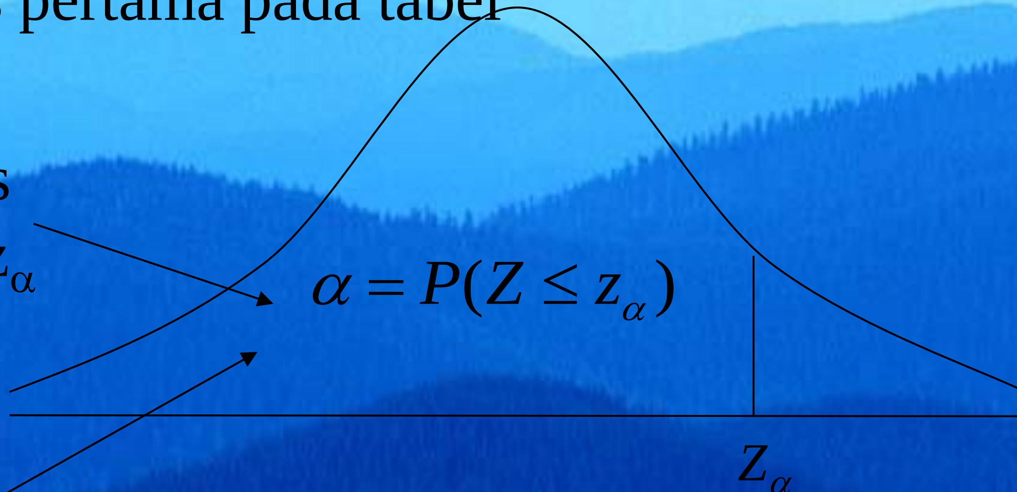
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



Membaca Tabel

Nilai Z_α merupakan kombinasi nilai pada kolom pertama & baris pertama pada tabel

α adalah luas sebelah kiri z_α



α adalah nilai yang ada di tengah tabel

$$P(Z \le z_\alpha) = \int_{-\infty}^{z_\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2} dz = \alpha$$

α merupakan peluang, jadi nilai $0 < \alpha < 1$

Tabel Sebaran Normal Baku

$z_{0,0170}$

-2,12

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170

Tabel Sebaran Normal Baku

P(Z<0,75)

0,7734

						5				
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

… berkenaan dengan baca Tabel

- $P(Z \geq z_\alpha) = 1 - P(Z \leq z_\alpha)$ (Dalam kasus kontinu disini "<" = "≤" juga ">" = "≥")
- $P(Z \geq z_\alpha) = P(Z \leq -z_\alpha)$
- $P(|Z| \geq z_\alpha) = 2\,P(Z \geq z_\alpha) = 2\,P(Z \leq -z_\alpha)$
- $P(|Z| \leq z_\alpha) = 1 - P(|Z| \geq z_\alpha)$
- Jika $a < b$, maka

$P(a < Z < b) = P(Z < b) – P(Z < a)$

Soal Latihan

1. $P(Z \leq 1{,}96)$
2. $P(Z \leq -1{,}25)$
3. $P(Z > 1{,}64)$
4. $P(Z > -0{,}35)$
5. $P(0{,}64 < Z < 2.36)$
6. $P(-1{,}14 < Z < -0{,}36)$
7. $P(-0{,}25 < Z < 1{,}25)$
8. $Z_{0,25}$
9. $Z_{0,55}$
10. $Z_{0,05}$
11. $Z_{0,95}$
12. $Z_{0,10}$
13. $Z_{0,90}$
14. $Z_{0,50}$

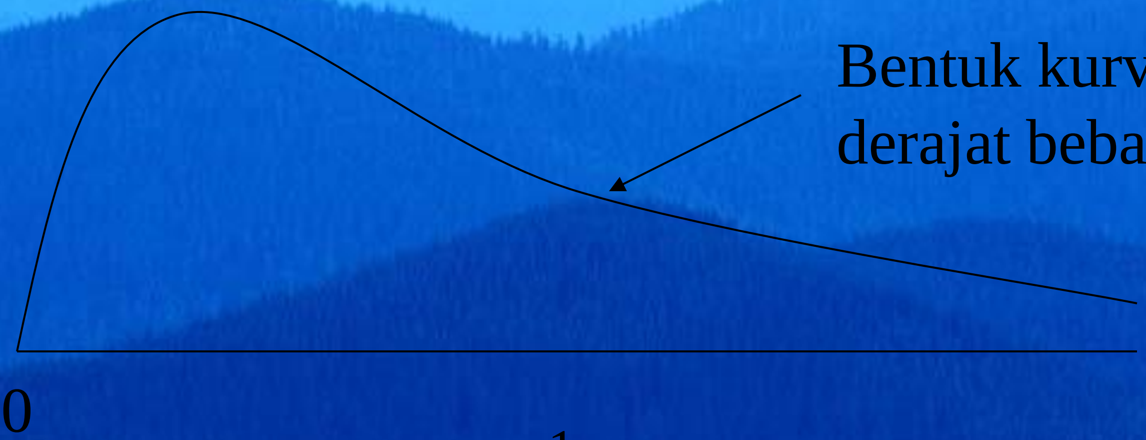
Sebaran Kai-kuadrat (χ^2)

Peubah bernilai tidak negatif

Diturunkan dari sebaran normal

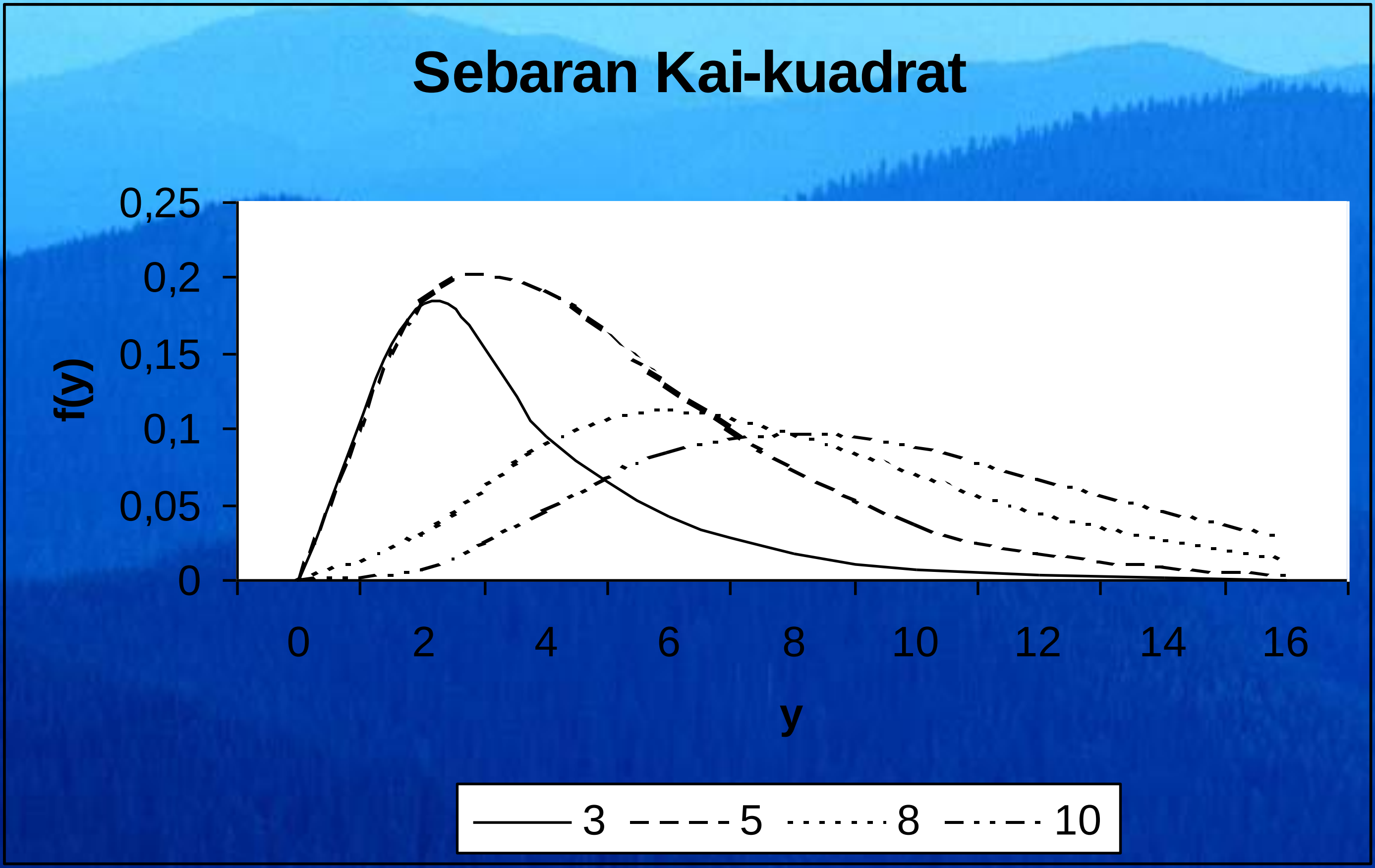
Sebaran tidak simetris

Bentuk kurva tergantung derajat bebas



$$f_Y(y) = \frac{1}{2^{\upsilon/2}\Gamma(\upsilon/2)} y^{(\upsilon-2)/2} e^{-y/2}$$

Sebaran Kai-kuadrat



Sebaran Kai-kuadrat

Derajat bebas adalah parameter yang digunakan dalam beberapa sebaran kontinu.

Derajat bebas adalah sebuah bilangan (biasanya bulat) yang menunjukkan banyaknya ukuran contoh (n) dikurangi dengan banyaknya parameter populasi (k) yang harus diestimasi dari contoh.

Simbolnya adalah $\boldsymbol{\nu}$ (baca: **nu**) dan secara matematis $\nu = n - k$. Atau db = n – k.

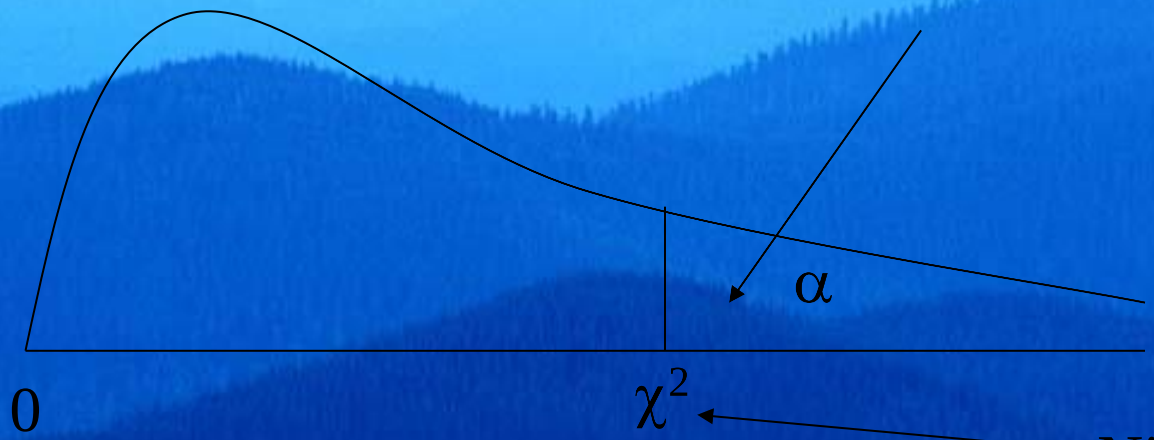
Membaca Tabel Kai-kuadrat

- Tabel ini terdiri dari dua masukan yaitu pada bagian atas sebagai baris adalah peluang atau luas yang didapat dihitung dari sebelah kanan titik χ^2, dan disebelah kiri sebagai lajur atau kolom adalah derajat bebasnya.
- Nilai yang ditengah adalah χ^2 yaitu titik batas sedemikian rupa sehingga peluang atau luasan di sebelah kanan χ^2 dengan derajat bebas di sebelah kiri (sebaris dengan χ^2) adalah angka yang berada pada baris peluang (se kolom dengan χ^2).
- Dengan menggunakan tabel sebaran kai-kuadrat, kita dapat menghitung, misalnya P($\chi^2_{24} \geq$ 33,196) = 0,10 dan P($\chi^2_{24} \geq$ 36,415) = 0,05.

Kunci Membaca Tabel Kai-kuadrat

Tergantung derajat bebas. Lihat Kolom paling kiri pada tabel

α = angka yang berada pada judul kolom = luasan sebelah kanan titik χ^2



Nilai ditengah tabel

χ^2 merupakan nilai kai-kuadrat dengan derajat bebas tertentu, sedemikian rupa sehingga luasan sebelah kanan nilai ini adalah α

Titik Persentase Sebaran Chi-Kuadrat

db	0,001	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100
1	10,827	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706
2	13,815	10,597	9,210	7,378	5,991	4,605
3	16,266	12,838	11,345	9,348	7,815	6,251
4	18,466	14,860	13,277	11,143	9,488	7,779
5	20,515	16,750	15,086	12,832	11,070	9,236
6	22,457	18,548	16,812	14,449	12,592	10,645
7	24,321	20,278	18,475	16,013	14,067	12,017
8	26,124	21,955	20,090	17,535	15,507	13,362
9	27,877	23,589	21,666	19,023	16,919	14,684
10	29,588	25,188	23,209	20,483	18,307	15,987
11	31,264	26,757	24,725	21,920	19,675	17,275
12	32,909	28,300	26,217	23,337	21,026	18,549
13	34,527	29,819	27,688	24,736	22,362	19,812
14	36,124	31,319	29,141	26,119	23,685	21,064
15	37,698	32,801	30,578	27,488	24,996	22,307
16	39,252	34,267	32,000	28,845	26,296	23,542
17	40,791	35,718	33,409	30,191	27,587	24,769
18	42,312	37,156	34,805	31,526	28,869	25,989
19	43,819	38,582	36,191	32,852	30,144	27,204
20	45,314	39,997	37,566	34,170	31,410	28,412
21	46,796	41,401	38,932	35,479	32,671	29,615
22	48,268	42,796	40,289	36,781	33,924	30,813
23	49,728	44,181	41,638	38,076	35,172	32,007
24	51,179	45,558	42,980	39,364	36,415	33,196
25	52,619	46,928	44,314	40,646	37,652	34,382
26	54,051	48,290	45,642	41,923	38,885	35,563
27	55,475	49,645	46,963	43,195	40,113	36,741
28	56,892	50,994	48,278	44,461	41,337	37,916
29	58,301	52,335	49,588	45,722	42,557	39,087
30	59,702	53,672	50,892	46,979	43,773	40,256
40	73,403	66,766	63,691	59,342	55,758	51,805
50	86,660	79,490	76,154	71,420	67,505	63,167
60	99,608	91,952	88,379	83,298	79,082	74,397
70	112,317	104,215	100,425	95,023	90,531	85,527
80	124,839	116,321	112,329	106,629	101,879	96,578
90	137,208	128,299	124,116	118,136	113,145	107,565
100	149,449	140,170	135,807	129,561	124,342	118,498
120	173,618	163,648	158,950	152,211	146,567	140,233
240	313,436	300,183	293,888	284,802	277,138	268,471

$$\chi^2_{0,010;21} \downarrow$$

38,932

$$P(\chi^2_{14} > 4{,}660)$$

0,990

Titik Persentase Sebaran Chi-Kuadrat

db	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,016	0,004	0,001	0,000	0,000	0,000
2	0,211	0,103	0,051	0,020	0,010	0,002
3	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072	0,024
4	1,064	0,711	0,484	0,297	0,207	0,091
5	1,610	1,145	0,831	0,554	0,412	0,210
6	2,204	1,635	1,237	0,872	0,676	0,381
7	2,833	2,167	1,690	1,239	0,989	0,599
8	3,490	2,733	2,180	1,647	1,344	0,857
9	4,168	3,325	2,700	2,088	1,735	1,152
10	4,865	3,940	3,247	2,558	2,156	1,479
11	5,578	4,575	3,816	3,053	2,603	1,834
12	6,304	5,226	4,404	3,571	3,074	2,214
13	7,041	5,892	5,009	4,107	3,565	2,617
14	7,790	6,571	5,629	4,660	4,075	3,041
15	8,547	7,261	6,262	5,229	4,601	3,483
16	9,312	7,962	6,908	5,812	5,142	3,942
17	10,085	8,672	7,564	6,408	5,697	4,416
18	10,865	9,390	8,231	7,015	6,265	4,905
19	11,651	10,117	8,907	7,633	6,844	5,407
20	12,443	10,851	9,591	8,260	7,434	5,921
21	13,240	11,591	10,283	8,897	8,034	6,447
22	14,041	12,338	10,982	9,542	8,643	6,983
23	14,848	13,091	11,689	10,196	9,260	7,529
24	15,659	13,848	12,401	10,856	9,886	8,085
25	16,473	14,611	13,120	11,524	10,520	8,649
26	17,292	15,379	13,844	12,198	11,160	9,222
27	18,114	16,151	14,573	12,878	11,808	9,803
28	18,939	16,928	15,308	13,565	12,461	10,391
29	19,768	17,708	16,047	14,256	13,121	10,986
30	20,599	18,493	16,791	14,953	13,787	11,588
40	29,051	26,509	24,433	22,164	20,707	17,917
50	37,689	34,764	32,357	29,707	27,991	24,674
60	46,459	43,188	40,482	37,485	35,534	31,738
70	55,329	51,739	48,758	45,442	43,275	39,036
80	64,278	60,391	57,153	53,540	51,172	46,520
90	73,291	69,126	65,647	61,754	59,196	54,156
100	82,358	77,929	74,222	70,065	67,328	61,918
120	100,624	95,705	91,573	86,923	83,852	77,756
240	212,386	205,135	198,984	191,990	187,324	177,949

Soal Latihan

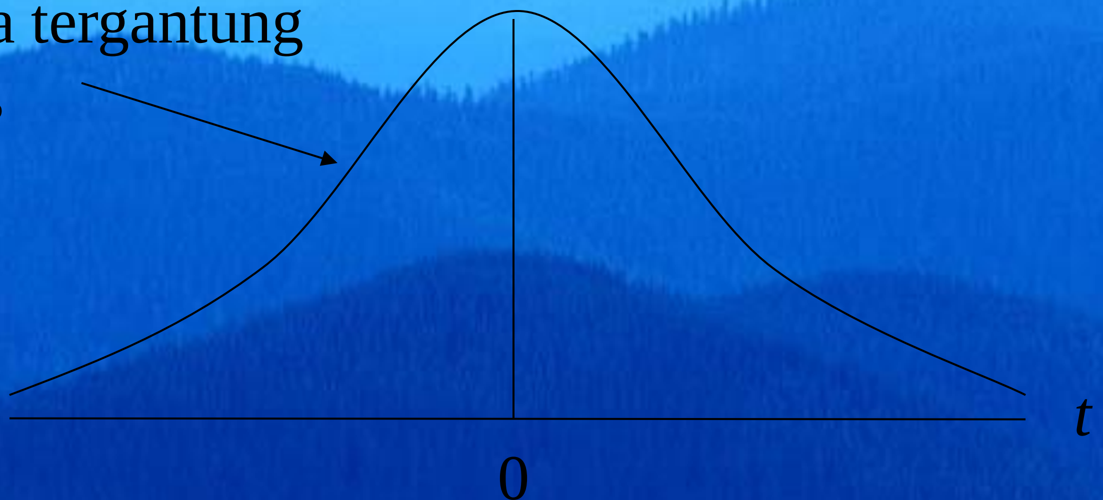
- Dapatkan nilai peluangnya
  - $P(\chi^2_{30} \geq 46{,}979)$
  - $P(\chi^2_{14} \geq 6{,}571)$
  - $P(\chi^2_{18} \geq 25{,}989)$
  - $P(\chi^2_{9} \geq 21{,}666)$
  - $P(\chi^2_{25} \geq 44{,}314)$

- Carilah nilai x sehingga $P(\chi^2_\nu \geq x) = \alpha$, dimana ν adalah derajat bebas dan α adalah nilai peluang. Pernyataan ini secara ringkas ditulis sebagai carilah $\chi^2_{\nu;\,\alpha}$
  - $\chi^2_{6;\,0{,}99}$
  - $\chi^2_{28;\,0{,}01}$
  - $\chi^2_{16;\,0{,}05}$
  - $\chi^2_{20;\,0{,}025}$
  - $\chi^2_{12;\,0{,}975}$

Sebaran t-Student

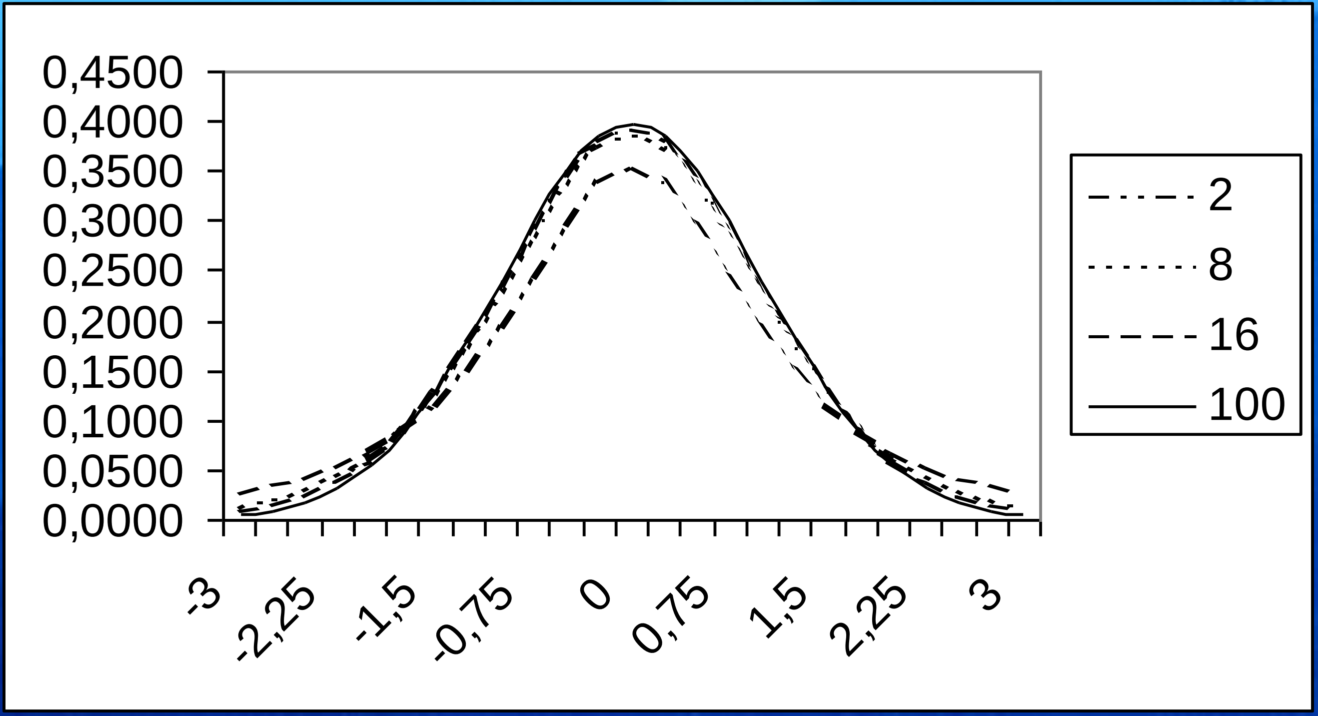
Simetris terhadap titik nol

Bentuk kurva tergantung derajat bebas



$$f_T(t;\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi\nu}} \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

Sebaran t-Student

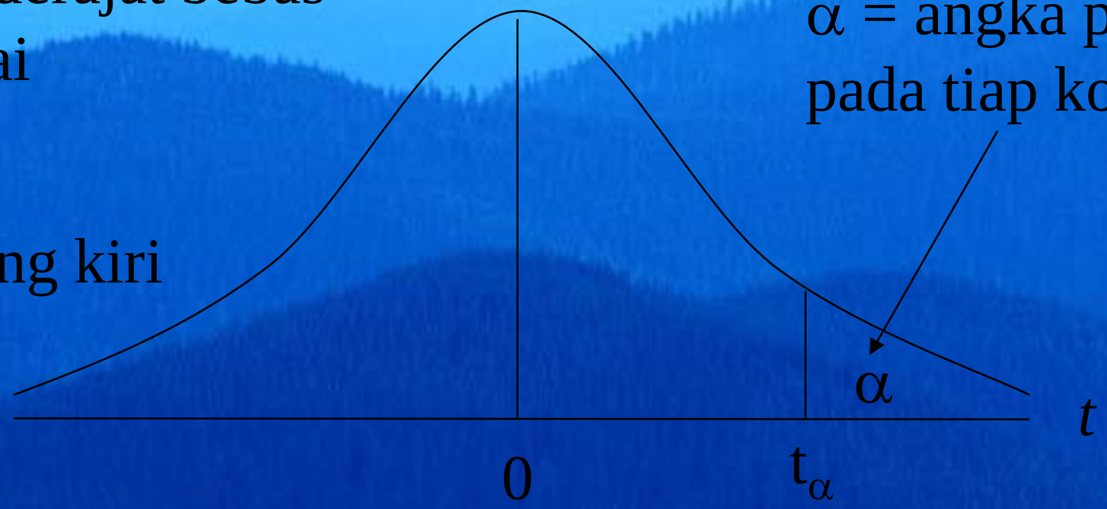


Kunci Membaca Tabel t-Student

Perhatikan derajat bebas yang dipakai

Kolom paling kiri

α = angka paling atas pada tiap kolom



t_α = angka di tengah tabel, menunjukkan titik dimana untuk derajat bebas tertentu, luasan di sebelah kanan titik ini seluas α

Titik Persentase Sebaran t-student

db	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	318,289
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,328
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,894
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160
240	1,285	1,651	1,970	2,342	2,596	3,125
inf	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090

$t_{0,025;17}$

2,110

0,005

$P(t_{24} > 2,797)$

Membaca Tabel t-Student

- Dengan menggunakan tabel t diatas, kita dapat menghitung, misalnya $P(t_{24} \geq 1{,}711) = 0{,}05$ dan $P(t_{24} \geq 2{,}492) = 0{,}01$.
- Misalnya kita ingin mencari $P(t_{24} \geq 2{,}000)$, maka kita dapat gunakan interpolasi linier, dan nilainya sama dengan $P(t_{24} \geq 1{,}711)+(2{,}00-1{,}711)/(2{,}492-1{,}711)*(0{,}01-0{,}05) = 0{,}035$ atau $P(t_{24} \geq 2{,}492)+(2{,}000-2{,}492)/(1{,}711-2{,}492)*(0{,}05-0{,}01) = 0{,}035$ yang nilainya cukup dekat dengan nilai sebenarnya yaitu 0,028. ❀
- Hati-hati kapan interpolasi linier baik untuk digunakan dan kapan interpolasi yang lain (kuadratik dan kubik) digunakan untuk mendapatkan nilai pendekatan yang bagus.

Sebaran t-Student

- $P(t \geq t_{\alpha}) = 1 - P(t \leq t_{\alpha})$ (Dalam kasus kontinu disini "<" = "≤" juga ">" = "≥")
- $P(t \leq -t_{\alpha}) = P(t \geq t_{\alpha})$
- $P(|t| \geq t_{\alpha}) = 1 - P(|t| \leq t_{\alpha})$
- $P(t \leq -t_{\alpha}) = 1 - P(t \leq t_{\alpha})$