ISSN 0853-0203 STT NO.:1541/SK/DITJEN PPG/STT/1990

VISI

VOLUME 4 NOMOR 2 DESEMBER 1995

Majalah Ilmiah

Universitas HKBP Nommensen

TEKNIK STATISTIKA DALAM BIOASSAY : PENGGUNAAN METODE KEMUNGKINAN MAKSIMUM DALAM PENDUGAAN PARAMETER

Oleh Sigit Nugroho
(Dosen Fakultas Pertanian Universitas Bengkulu)

ABSTRACT

Bioassays are methods for estimating the potency of a drug or material by utilizing the reaction caused by its aplication to experimental subjects that are living. The typical bioassay involves a stimulus applied to a subject. The level of stimulus can be varried and the effect of stimulus on the subject can be measured in terms of a characteristic which will be called response. The relationship between the response and the log[dose] is not linear. The iterative maximum likelihood method is used to determine the estimates of the parameters involved in the models (Probit and Logit). Examples are given in each method.

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam beberapa bidang ilmu, banyaknya respons akibat stimulasi baik secara fisik maupun kimiawi, yang diekspresikan sebagai persentase maksimum yang didapat dalam suatu sistem biologi dapat digambarkan dengan suatu kurva respons. Kurva tersebut biasanya berbentuk *sigmoid*. Sebagai teladan adalah : plot persentase organisme yang mati terhadap dosis (farmakologi), plot pertumbuhan organisme terhadap waktu (biologi), dan plot persentase serangga yang mati terhadap pemeberian dosis insektisida (entomologi) berbentuk seperti huruf s.

ISSN 0853 - 0203

Perubahan persentase respon (misalnya : mati) per satuan absis (dosis) terkecil nilainya di dekat mortalitas 0% dan 100%; dan terbesar di dekat 50%. Dengan demikian, kurva mortalitas dosis menggambarkan keragaman dalam kerentanan antar individu suatu populasi. Kita dapat secara beralasan mengharapkan kerentanan ini mengikuti kurva kumulatip normal. Kemudian timbul pertanyaan : fungsi apa yang cocok untuk dosis sebagai absis ? Biasanya dosis meningkat atau berkurang dalam jumlah yang sama. GALTON (1979) menunjukkan bahwa keragaman antar individu dalam kerentanannya terhadap bahan biologis lebih menunjukkan deret geometrik daripada aritmetik; dan hal ini juga telah dikonfirmasi oleh beberapa peneliti bahan-bahan beracun lainnya. Karenanya, $\log_{10}$dosis secara beralasan dapat dipakai sebagai absis.

Data yang diperoleh dari hasil pengamatan hendaknya diolah dengan analisis yang sesuai sehingga berguna untuk referensi bagi penelitian berikutnya. Beberapa metode akan dipelajari dalam tulisan ini, yaitu dengan mendapatkan penduga parameter model dengan, menggunakan metode kemungkinan maksimum.

Terdapat beberapa metode pendugaan parameter yang ada dalam literatur, seperti : (1) metode momen, (2) metode kemungkinan maksimum, (3) metode minimum χ^2 , dan (4) metode pembangkit normal asimtotik terbalik.

Sebagaialasan digunakannya metode kemungkinan maksimum (MKM) daripada metode lain, karena secara asimtotik MKM : (1) tak bias, (2) konsisten, (3) normal, (4) efisien, (5) merupakan fungsi dari statistik cukup, (6) invarian, dalam arti bahwa bila g merupakan fungsi kontinu dari θ , suatu parameter yang tak diketahui, maka MKM dari $g(\theta)$ adalah sama dengan g dievaluasi pada nilai MKM dari θ dan (7) dapat diinterpretasikan sebagai modus dari densitas posterior θ bilamana densitas prior seragam (tak beraturan) diasumsikan untuk θ.

1.2. Metodologi

Dalam tulisan ini akan dipelajari penduga parameter model dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum (MKM) dengan menyajikan teori untuk mendapatkan MKM yang dimulai dari skema iterasi, hingga mendapatkan penduga parameter untuk model Logit dan Probit.

2. SKEMA ITERASI MKM

Karena kita akan menggunakan rataan respon, maka asumsi sebaran normal untuk respon adalah sangat beralasan. Misalkan U menyebar normal dengan rataan μ dan ragam σ^2 maka log fungsi kemungkinannya (log of likelihood function) adalah

$$L = k - \sum_{i} \frac{(U_i - \mu_i)^2}{2\sigma^2} \tag{1}$$

dimana k adalah konstanta, dan σ tak diketahui dan juga konstan. Perlu diketahui bahwa μ_i mencakup parameter α dan β yang tak diketahui [$\mu_i = h(\alpha + \beta x_i)$, $i = 1, 2, \ldots$].
Misalkan a dan b berturut-turut melambangkan nilai MKM dari α dan β. sebagai jawaban dari persamaan

$$\frac{\delta L}{\delta \alpha} = 0 \quad dan \quad \frac{\delta L}{\delta \beta} = 0 \tag{2}$$

Misalkan a_1 dan b_1 merupakan pendekatan sederhana bagi a dan b yang didapat dengan suatu metode (misalkan dengan "eyeball" method atau metode lihat sepintas). Maka $a_2 = a_1 + \Delta a_1$ dan $b_2 = b_1 + \Delta b_1$ dimana Δb_1 dan Δa_1 didapat dari

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta \alpha_1} + \Delta a_1 \frac{\delta^2 L}{\delta \alpha^2} + \Delta b_1 \frac{\delta^2 L}{\delta \alpha_1 \delta \beta_1} &= 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \beta_1} + \Delta a_1 \frac{\delta^2 L}{\delta \alpha_1 \delta \beta_1} + \Delta b_1 \frac{\delta^2 L}{\delta \beta^2} &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Sufiks 1 pada α dan β menunjukkan bahwa turunan parsial dievaluasi pada a_1 dan b_1.
Perhatikan bahwa

$$\frac{\delta L}{\delta \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i} (U_i - \mu_i) \frac{\delta \mu_i}{\delta \alpha} \tag{4}$$

Dalam jawab iterasi MKM, kita dapat gantikan turunan parsial kedua dari L dengan nilai harapannya, karena dengan hukum bilangan besar (Strong Law of Large Number), turunan kedua akan sama dengan nilai harapannya.

Dengan menggantikan $U_i = \mu_i$ setelah diferensiasi persamaan (4) kita dapatkan

$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta\alpha^2}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_i \left(\frac{\delta\mu_i}{\delta\alpha}\right)^2$$
$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta\alpha\delta\beta}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_i \left(\frac{\delta\mu_i}{\delta\alpha}\right)\left(\frac{\delta\mu_i}{\delta\beta}\right) \qquad (5)$$
$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta\beta^2}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_i \left(\frac{\delta\mu_i}{\delta\beta}\right)^2$$

Dengan demikian

$$\frac{\delta\mu}{\delta y} = h'(y) \qquad ; \qquad y = \alpha + \beta\ x \qquad (6)$$

dan mendefenisikan fungsi pembobot W sebagai

$$W = [h'(y)]^2 \qquad (7)$$

kita tuliskan (5) sebagai berikut.

Bersesuai dengan dugaan nilai a_1 dan b_1, nilai harapan respon metameter Y didapat dengan menggunakan hubungan berikut

$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta\alpha^2}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_i W_i$$
$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta\alpha\delta\beta}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_i W_i x_i \qquad (8)$$
$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta\beta^2}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_i W_i x_i^2$$

$$y = a_1 + b_1\ x \qquad (9)$$

Dengan menggunakan (7) — (9) di dalam (3) kita dapatkan

$$\begin{aligned} \Delta a_1 \sum_i W_{1i} + \Delta b_1 \sum_i W_{1i} x_i &= \sum_i W_{1i} \frac{(U_i - \mu_i)}{h'(y_{1i})} \\ \Delta a_1 \sum_i W_{1i} x_i + \Delta b_1 \sum_i W_{1i} x_i^2 &= \sum_i W_{1i} x_i \frac{(U_i - \mu_i)}{h'(y_{1i})} \end{aligned} \qquad (10)$$

Sekarang tambahkan

$$\sum_i W_{1i} y_i = \sum_i W_{1i} (a_1 + b_1 x_i)$$

dan

$$\sum_i W_{1i} x_i y_i = \sum_i W_{1i} x_i (a_1 + b_1 x_i)$$

pada dua sisi berturut-turut untuk bagian pertma dan kedua dari persamaan (10). Bila respon Y didefenisikan sebagai

$$Y = y + (U - \mu) [h'(y)]^{-1} \qquad (11)$$

Persamaan (10) dapat dituliskan kembali sebagai

$$\begin{aligned} a_2 \sum_i W_{1i} + b_2 \sum_i W_{1i} x_i &= \sum_i W_{1i} Y_{1i} \\ a_2 \sum_i W_{1i} x_i + b_2 \sum_i W_{1i} x_i^2 &= \sum_i W_{1i} x_i Y_{1i} \end{aligned} \qquad (12)$$

Dari persamaan (12) dapat diperoleh a_2 dan b_2

$$y_2 = a_2 + b_2 x \qquad (13)$$

yang diperoleh dari persamaan regresi linier dengan pembobot Y_1 terhadap x.

Sekarang perhatikan bahwa

$$\overline{X}_1 = \sum_i W_{1i}X_i \;/\; \sum_i W_{1i} \qquad (14)$$
$$\overline{Y}_1 = \sum_i W_{1i}Y_i \;/\; \sum_i W_{1i}$$

Oleh karenanya

$$b_2 = \frac{\sum_i W_{1i}X_iY_{1i} - (\sum_i W_{1i}X_i)(\sum_i W_{1i}Y_i)/(\sum_i W_{1i})}{\sum_i W_{1i}X_i^2 - (\sum_i W_{1i}X_i)^2/(\sum_i W_{1i})} \qquad (15)$$
$$a_2 = \overline{Y}_1 - b_2\overline{X}_1$$

Selanjutnya proses dapat diulang dengan menggunakan a_2 dan b_2 menggantikan a_1 dan b_1. Iterasi dapat dihentikan apabila nilai pendekatan yang diperoleh tidak berbeda dengan nilai pendekatan sebelumnya pada tarap tertentu.

3. METODE PROBIT DAN LOGIT

Dalam menggunakan teknik seperti yang telah diuraikan, kita dapat melakukan pendugaan parameter dari model Probit dan model Logit.

3.1. Nodel Probit

Misalkan $P_i = \Phi(\alpha+\beta x_i)$ dimana Φ melambangkan fungsi sebaran normal baku atau fungsi kumulatip normal baku, yang secara matematis dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\Phi(\alpha+\beta x_i) = \int_{-\infty}^{\alpha+\beta x_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \qquad (16)$$

dan α, β merupakan paranmeter yang tak diketahui nilainya, serta x_i adalah log dari tarap dosis. Misalkan n_i adalah banyaknya satuan percobaan pada x_i dan r_i melambangkan banyaknya satuan yang merespon dosis (i = 1, 2, ..., k). Dengan demikian, fungsi kemungkinan untuk α dan β adalah

$$L = \sum_{i=1}^{k} \ln\binom{n_i}{r_i} + \sum_{i=1}^{k} r_i \ln P_i + \sum_{i=1}^{k} (n_i - r_i) \ln(1-P_i) \qquad (17)$$

Dari fungsi di atas diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{\delta L}{\delta \alpha} &= \sum_{i=1}^{k} n_i \frac{(p_i - P_i)}{P_i Q_i} \frac{\delta P_i}{\delta \alpha} \\
\frac{\delta L}{\delta \beta} &= \sum_{i=1}^{k} n_i \frac{(p_i - P_i)}{P_i Q_i} \frac{\delta P_i}{\delta \beta} \qquad (18) \\
\frac{\delta P_i}{\delta \alpha} &= \phi\ (\alpha + \beta x_i) \\
\frac{\delta P_i}{\delta \beta} &= x_i\ \phi\ (\alpha + \beta x_i)
\end{aligned}$$

dimana $p_i = r_i/n_i$ dan $Q_i = 1 - P_i$ serta

$$\phi\ (z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-\frac{1}{2}z^2} \qquad (19)$$

Untuk menghitung matriks informasinya, perlu dihitung hal-hal berikut

$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta \alpha^2}\right) = -\sum_{i=1}^{k} n_i \frac{1}{P_i Q_i}\left(\frac{\delta P_i}{\delta \alpha}\right)^2 = -\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i \phi^2 (\alpha + \beta x_i)}{P_i Q_i} \qquad (20.a)$$

$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta \alpha \delta \beta}\right) = -\sum_{i=1}^{k} n_i \frac{1}{P_i Q_i}\left(\frac{\delta P_i}{\delta \alpha}\right)\left(\frac{\delta P_i}{\delta \beta}\right) = -\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i x_i \phi^2 (\alpha + \beta x_i)}{P_i Q_i} \qquad (20.b)$$

$$E\left(\frac{\delta^2 L}{\delta \beta^2}\right) = -\sum_{i=1}^{k} n_i \frac{1}{P_i Q_i}\left(\frac{\delta P_i}{\delta \beta}\right)^2 = -\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i x_i^2 \phi^2 (\alpha + \beta x_i)}{P_i Q_i} \qquad (20.c)$$

Sekarang, misalk: $W_i = \phi^2(\alpha+\beta x_i)/P_iQ_i$ dengan demikian matriks informasinya adalah

$$I = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} n_i W_i & \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_i \\ \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_i & \sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 W_i \end{bmatrix} \tag{21}$$

Perhatikan bahwa

$$\frac{\delta L}{\delta \alpha} = \sum_{i=1}^{k} n_i \frac{(p_i - P_i)}{P_i Q_i} \phi(\alpha + \beta x_i) \tag{22}$$

Misalkan

$$H_i(\alpha,\beta) = \frac{(p_i - P_i)}{P_i Q_i} \phi(\alpha + \beta x_i) \tag{23}$$

dan misalkan pula bahwa a_0 dan b_0 merupakan nilai awal bagi a dan b, sebagai penduga bagi α dan β. Maka

$$H_i(a,b) \equiv H_i(a_0,b_0) + (a-a_0)\frac{\delta H_{io}}{\delta a_0} + (b-b_0)\frac{\delta H_{io}}{\delta b_0} \tag{24}$$

dimana subskrip 0 menunjukkan pada bagian tersebut dievaluasi pada nilai awal a_0 dan b_0, dan dengan menyingkat $\phi = \phi(a+bx)$ didapatkan

$$\frac{\delta H}{\delta \alpha} = -\frac{\phi^2}{PQ} - \frac{(p-P)(a+bx)}{PQ}\phi - \frac{(p-P)^2}{P^2Q^2}(1-2P)\phi^2 \tag{25}$$

Misalkan

$$\zeta = \Phi^{-1}(P) = G(P) = \alpha + \beta x \tag{25}$$

maka

$$\frac{\delta P}{\delta \alpha} = \frac{\delta P}{\delta \zeta}\frac{\delta \zeta}{\delta \alpha} = \frac{\delta P}{\delta \zeta} \tag{27}$$

dimana

$$\frac{\delta \zeta}{\delta P} = G'(P) = \frac{1}{\phi[\Phi^{-1}(P)]} = \frac{1}{\phi(\zeta)} \tag{28}$$

dan

$$(p-P)\frac{\delta P}{\delta \alpha} = -(\Phi(\zeta)-\Phi(\hat{\zeta}))\frac{\delta P}{\delta \alpha} = -(\zeta-\hat{\zeta})\phi^2(\zeta) \tag{29}$$

Dengan demikian persamaan-persamaan kemungkinan maksimumnya dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k} n_i \frac{(\zeta-\hat{\zeta})}{P_i Q_i}\phi^2(\hat{\zeta}) &= 0 \\ \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \frac{(\zeta-\hat{\zeta})}{P_i Q_i}\phi^2(\zeta) &= 0 \end{aligned} \tag{30}$$

Dengan menuliskan

$$\zeta_i-\hat{\zeta}_i = \zeta_i - \hat{\zeta}_{io}+\hat{\zeta}_{io} - \hat{\zeta}_i = \zeta_i - \hat{\zeta}_{io}-(\delta a_o+\delta b_o x_i) \tag{31}$$

kita dapatkan

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k} n_i W_{io}(\delta a_0+\delta b_0 x_i) &= \sum_{i=1}^{k} n_i W_{io}(\zeta_i-\hat{\zeta}_{io}) \\ \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_{io}(\delta a_0+\delta b_0 x_i) &= \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_{io}(\zeta_i-\hat{\zeta}_{io}) \end{aligned} \tag{32}$$

dimana

$$W_{io} = \frac{\phi^2(\hat{\zeta}_{io})}{\hat{P}_{io}\hat{Q}_{io}} \tag{33}$$

Akhirnya diperoleh

$$\cdots \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} n_i W_{i0} & \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_{i0} \\ \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_{i0} & \sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 W_{i0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} n_i W_{ic} \zeta_i \\ \sum_{i=1}^{k} n_i x_i W_{i0} \zeta_i \end{bmatrix} \tag{34}$$

Iterasi ini hendaknya diulang hingga tercapai konvergensi.

3.2. Model Logit

Kurva logistik telah lama dipakai sebagai suatu model kurva pertumbuhan. Apabila . $y = [1 + \exp(-\alpha - \beta x)]^{-1}$ maka hal ini akan memenuhi persamaan differensial $dy/dx = \beta y(1-y)$. Jika . $P = [1 + \exp(-\alpha - \beta x)]^{-1}$. maka logit yang dilambangkan dengan $L = \text{logit } P = \ln[P/(1-P)] = \alpha + \beta x$. Kertas grafik khusus tersedia untuk membuat garis lurus bagi data logit. Beberapa metode sederhana untuk pendugaan parameter α dan β telah dipelajari oleh DAVIS (1941), PEARL (1924), dan SCHULTZ (1930); dan juga sudah ada ulasan tentang ketiga metode di atas (OLIVER 1964).

Dengan cara menuliskan $\exp(-\alpha - \beta x) = \exp(-\beta(x - \mu))$ dimana $\mu = -\alpha/\beta$ kita dapat duga nilai μ yang merupakan median dosis efektip atau median dosis letal (mematikan) yang disingkat dengan LD_{50} dan ED_{50}. Sebagai nilai duganya adalah c = - a/b. Nilai c tak terlalu sesitip terhadap pemilihan titik pusat pada sumbu—x dan invarian terhadap skala.

Metode kemungkinan maksimum dengan metode iterasi model ini telah dikembangkan oleh BERKSON (1955) yang dulunya dikenalkan oleh FISHER (1935) untuk pendugaan parameter-parameternya.

Misalkan R_i adalah jumlah satuan percobaan yang merespon tarap dosis ke-i, sebut saja x. Maka dimana $Q_i = 1 - P_i$ dan n_i melambangkan jumlah satuan

$$P(R_i = r_i | x_i) = \binom{n_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{n_i - r_i} = C_i \; P_i^{r_i} Q_i^{n_i - r_i} \tag{35}$$

percobaan yang dikenai dosis x_i (i = 1, 2........, k). Oleh karenanya, log fungsi kemungkinan parameternya adalah

$$L = \sum_{i=1}^{k} \ln C_i + \sum_{i=1}^{k} r_i \ln P_i + \sum_{i=1}^{k} (n_i - r_i) \ln (1 - P_i) \tag{36}$$

Karena $P = [1 + \exp(-\alpha - \beta x)]^{-1}$ maka $\delta P/\delta\alpha = PQ$ dan $\delta P/\delta\beta = xPQ$. Sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta\alpha} &= \sum_{i=1}^{k} \frac{\delta P_i}{\delta\alpha} \left(\frac{r_i - n_i P_i}{P_i Q_i} \right) = \sum_{i=1}^{k} (r_i - n_i P_i) \\ \frac{\delta L}{\delta\beta} &= \sum_{i=1}^{k} \frac{\delta P_i}{\delta\beta} \left(\frac{r_i - n_i P_i}{P_i Q_i} \right) = \sum_{i=1}^{k} x_i (r_i - n_i P_i) \end{aligned} \tag{37}$$

Misalkan $r_i/n_i = p_i$ (i = 1,2, ..., k), maka

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta\alpha} &= \sum_{i=1}^{k} n_i (p_i - P_i) \\ \frac{\delta L}{\delta\beta} &= \sum_{i=1}^{k} n_i x_i (p_i - P_i) \end{aligned} \tag{38}$$

Dapat diperlihatkan dengan mudah dari persamaan (36) bahwa Σr_i dan $\Sigma r_i x_i$ merupakan statistik cukup minimal bersama (jointly minimal sufficient statistics) untuk (α, β). BERKSON (1953) telah menyarankan sebuah metode iterasi untuk menentukan α dan β. dari persamaan kemungkinan di atas.

Apabila p bernilai 0 atau 1, maka nilai logit yang bersesuaian akan membesar (∞) .BERKSON (1953) memberikan suatu pendekatan logis yang digunakan dengan menggantikan p = 0 dengan p = 1/(2n), dan p = 1 dengan p = 1 — 1/(2n).

Dengan menggunakan prosedur yang sama dalam model Probit, diperoleh persamaan berikut

$$\begin{bmatrix} \delta a \\ \delta b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} n_i P_{i0} Q_{i0} & \sum_{i=1}^{k} n_i x_i P_{i0} Q_{i0} \\ \sum_{i=1}^{k} n_i x_i P_{i0} Q_{i0} & \sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 P_{i0} Q_{i0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\delta L}{\delta a_0} \\ \frac{\delta L}{\delta b_0} \end{bmatrix} \tag{39}$$

Dan setelah mendapatkan nilai-nilai δa dan δb, kita dapat mengulangi iterasi, yaitu dengan

$$a_2 = a_1 + \delta a \quad ; \quad b_2 = b_1 + \delta b$$

dimana

$$a_1 = a_0 + \delta a \quad ; \quad b_1 = b_0 + \delta b$$

hingga konvergensi tercapai.

4. TELADAN

Berikut ini adalah data hipotetis yang dibangkitkan dengan komputer, sebagai ilustrasi penggunaan metode Logit; untuk metode probit dapat dilakukan cara serupa. Penggunaan beberapa tarap dosis Azodrine (x) pada *Crocidolomia binotalis*. Untuk tiap dosis Azodrine diaplikasikan pada 12 ekor *Crocidolomia binotalis* dan banyaknya yang mati dicatat (r). Bila p_i = proporsi jumlah yang mati pada taraf pemberian dosis ke-i, maka diperoleh data berikut :

Dosis (x)	Mati (r)	Proporsi (p)
3.0	0	0.042
3.5	1	0.083
4.0	2	0.167
4.5	3	0.250
5.0	6	0.500
5.5	9	0.750
6.0	10	0.833
6.5	11	0.917
7.0	12	0.958
7.5	12	0.958

Catatan : bila $r = 0$, maka $p = 0.042$ dan bila $r = 1$, maka $p = 0.958$.

Hasil iterasi dengan nilai awal $a = -3.568$ dan $b = 0.808$ dapat ditampilkan sebagai berikut

Iterasi ke	a	b
1	-3.568	0.808
2	-6.493	1.317
3	-7.757	1.550
4	-7.987	1.593
5	-7.993	1.595
6	-7.993	1.595
7	-7.993	1.595
8	-7.993	1.595

Sehingga hubungan antara persen kematian *Crocidolomia binotalis* terhadap dosis Azodrine yang dipakai dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = -7.993 + 1.595\ X$$

atau

$$P = [1 + \exp(-7.993 + 1.595\ X)]^{-1}$$

5. PENUTUP DAN SARAN

Untuk mencari koefisien a dan b diperlakukan sejumlah iterasi, dan jumlah iterasi untuk mencapai konvergensi sangat tergantung dari pemilihan nilai awal. Teknik ini memberikan alternatip pendugaan parameter secara nonlinier. Untuk menyatakan mana yang terbaik, apakah metode iterasi (baik probit maupun logit) ini atau dengan cara linierisasi langsng, itu sangat tergantung pada sifat alami data. Dengan demikian metode yang meminimumkan jumlah kesalahan kuadrat. Semakin kecil jumlah kesalahan kuadrat, semakin baik model yang kita pakai.

DAFTAR PUSTAKA

BERKSON, J. 1953. A statistically precise and relatively simple method of estimating the bioassay with quantal response, based on the logistic function.
J. Am. Statist. Assoc. 50, 465 - 599.

______________. 1955. Maximum likelihood and minimum chi-square estimates of the logistic function.
J. Am. Statist. Assoc. 50, 465 - 599.

DAVIS, H. T. 1941. The analysis of economic time series.
Trinity Univesity Press, San Antonio.

FISHER, R. A. 1935. The case of zero survivors.
Ann. Appl. Biol. 22, 164 - 165.

FISHER, R. A. and F. YATES. 1963. Statistical tables for biological, agricultural and medical research.
6^{th} ed., Oliver & Boyd, Edinburgh.

GALTON, F. 1979. The geometric mean in vital and social statistics.
Proc. R. Soc. 29, 365 - 367.

MORTON, J. T. 1942. The problem of evaluation of retenone containing plants. VI. The toxicity of 1-elliptone and poisons applied jointly, with further observations on the retenone equivalent method of assessing the toxicity of derris root.
Ann. Appl. Bio. 29, 69 - 81.

OLIVER, F. R. 1964. Methods of estimating the growth function.
J. R. Statist. Soc. ser. C13, 57 - 66.

PEARL, R. 1924. Studies in human biology.
Williams & Wilkins. Baltimore.

RICHARDS, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use.
J. Exp. Bot. 10, 290 - 300.

SCHULTZ, H. 1930. The standard error of a forcast from a curve.
J. Am. Statist. Assoc. 25, 139 - 185.