

Penggunaan Metode Jumlah Kuadrat Galat Terkecil Terboboti Untuk Mengeliminasi Pengaruh Sumber Keragaman Yang Tidak Dapat Dikendalikan

Lila Sulastri¹, Sigit Nugroho², dan Fachri Faisal²

1 Alumni Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu

2 Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Fluktuasi hasil yang diakibatkan oleh pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan khususnya suhu, cuaca dan iklim merupakan masalah yang sering dijumpai dalam penelitian bidang pertanian terutama pada penelitian yang berlangsung dalam jangka waktu yang lama. Hal ini mempersulit upaya pengungkapan informasi seperti pengaruh faktor perlakuan, tendensi dan stabilitas hasil tanaman berkaitan dengan varietas dan taraf suatu perlakuan. Penggunaan metode kuadrat terkecil terboboti dalam mengeliminasi pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan khususnya suhu, cuaca dan iklim memberikan suatu kemungkinan untuk mengeliminasi fluktuasi hasil tersebut. Gagasan dasarnya adalah mentransformasi peubah Y menjadi peubah lain Z. Hal yang penting dalam metode kuadrat terkecil terboboti dalam mengeliminasi pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan tersebut adalah bagaimana pembobot (w_i) dapat ditentukan berdasarkan data pengamatan. Disamping akan mempermudah penelusuran informasi yang diperlukan untuk penelitian suatu varietas unggul komoditi pertanian, metode ini juga dapat digunakan sebagai alternatif transformasi data pada analisis ragam untuk mendapatkan sebaran yang memenuhi asumsi yang disyaratkan.

Kata kunci: Fluktuasi hasil, pembobot, stabilitas hasil, metode kuadrat terkecil terboboti

PENDAHULUAN

Hal yang penting dalam metode ini adalah bagaimana pembobot (w_i) dapat ditentukan berdasarkan data pengamatan, kemudian menggandakan w_i yang bersesuaian dengan model yang diasumsikan, dan menerapkan prinsip metode jumlah kuadrat galat terkecil yaitu meminimumkan jumlah kuadrat simpangan terboboti $\sum w_i \varepsilon_i^2$.

Dalam tulisan ini, metode jumlah kuadrat galat terkecil terboboti diaplikasikan pada suatu varietas tanaman yang mengalami fluktuasi hasil pada beberapa kali musim tanam. Fluktuasi produksi per masa tanam yang disebabkan oleh perubahan suhu, cuaca dan iklim dapat dieliminasi dengan menggunakan metode jumlah kuadrat galat terkecil terboboti. Dengan cara ini diharapkan pengaruh faktor-faktor pertumbuhan dan faktor lainnya yang merupakan faktor penting dalam penelitian pengembangan kualitas varietas tanaman yang lebih unggul dalam kondisi lingkungan manapun dapat dievaluasi secara lebih baik. Validitas yang tinggi dan informasi penting lainnya juga dapat diperoleh melalui metode ini. Disamping akan mempermudah penelusuran informasi yang diperlukan, metode ini juga dapat digunakan sebagai alternatif transformasi data pada analisis ragam untuk mendapatkan sebaran data yang memenuhi asumsi yang disyaratkan (Suharjo, 1997).

MASALAH DAN TUJUAN

Pelanggaran-pelanggaran terhadap asumsi jumlah kuadrat galat terkecil terutama keheteroskedastisitasan yang terjadi pada data penelitian dapat diteliti dengan menggunakan plot sisaan. Untuk menerapkan metode jumlah kuadrat galat terkecil terboboti perlu ditentukan pembobot yang bersesuaian kemudian mentransformasi peubah agar memenuhi asumsi dasar yang disyaratkan. Dalam aplikasinya terhadap kasus fluktuasi hasil tanaman, metode ini digunakan untuk mengeliminasi pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan khususnya suhu, cuaca dan iklim yang menyebabkan terjadinya fluktuasi hasil tersebut.

Oleh karena itu perlu diketahui bagaimana metode jumlah kuadrat galat terkecil terboboti digunakan untuk menduga parameter dalam menentukan model yang optimal sehingga pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan dapat dieliminasi. Kemudian dapat dibandingkan seberapa besar keakuratan metode jumlah kuadrat galat terkecil terboboti dari metode jumlah kuadrat galat terkecil biasa dalam menduga parameter untuk suatu model regresi jika data mengalami heteroskedastisitas.

Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai masukan bagi penelitian bidang pertanian dalam mengeliminasi sumber keragaman tak terkendalikan pada lahan pertanaman suatu komoditi pertanian yang mengalami fluktuasi hasil produksi. Jika tidak dilakukan analisis dengan menggunakan pembobot pada data asli maka dugaan yang didapat tidak akan memberikan gambaran stabilitas hasil produksi (Suharjo, 1997). Apabila stabilitas hasil produksi tidak diketahui, sukar meneliti faktor penelitian untuk pengembangan kualitas varietas tanaman tersebut.

Asumsi

Adapun yang menjadi asumsi dalam penelitian ini adalah (Weisberg, 1985) :

Y_i saling bebas satu sama lain.

ε_i adalah variabel acak dan mean ε_i adalah nol

$E(\varepsilon_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n.$

varian (ragam) penduga $V(\varepsilon_i) = \sigma^2 < \infty, i = 1, 2, \dots, n.$

galat tidak berkorelasi, yaitu $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j.$

$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n.$

Metode Kuadrat Terkecil Terboboti

Pembobot

Pembobot diberikan agar ditemukan model yang baru yang memenuhi asumsi Homoskedastisitas. Sehingga pada model tersebut dapat diterapkan hal-hal yang bersangkutan dengan metode kuadrat terkecil. Secara umum pembobot itu merupakan kebalikan dari ragamnya ($w_i = 1/\sigma_i^2$) (Steel and Torrie, 1981). Pada dasarnya pembobot itu dibatasi pada data yang memiliki ulangan dan σ_i^2 dapat diduga melalui ragam setiap taraf peubah bebas. Dengan mentransformasikan amatan Y menjadi peubah Z yang memenuhi asumsi dasar maka dapat digunakan prosedur kuadrat terkecil terboboti.

Misalkan secara umum model yang digunakan adalah $Y = X\beta + \varepsilon$

$$E(\varepsilon) = 0, V(\varepsilon) = V\sigma^2, \text{ dan } \varepsilon \sim N(0, V\sigma^2)$$

Akan diperlihatkan bahwa ada suatu matriks simetris P yang tidak singular yang bersifat $P'P = PP = P^2 = V$.

Misalkan bahwa $\varepsilon^* = P^{-1}\varepsilon$, sehingga $E(\varepsilon^*) = 0$.

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa jika ε^* adalah suatu peubah acak vektor dengan $E(\varepsilon^*) = 0$, maka $E(\varepsilon^*(\varepsilon^*)') = V(\varepsilon^*)$ dengan operasi nilai harapan diterapkan pada setiap unsur matrik $\varepsilon^*(\varepsilon^*)'$ yang berukuran $n \times n$ itu. Dengan demikian

$$\begin{aligned} V(\varepsilon^*) &= E(\varepsilon^*(\varepsilon^*)') = E(P^{-1}\varepsilon\varepsilon'P^{-1}), \text{ karena } (P^{-1})' = P^{-1} \\ &= P^{-1}E(\varepsilon\varepsilon')P^{-1} \\ &= P^{-1}PPP^{-1}\sigma^2 \\ &= I\sigma^2 \end{aligned}$$

Juga dapat ditunjukkan bahwa $\varepsilon^* \sim N(0, I\sigma^2)$, yang berarti ε^* menyebar normal karena unsur-unsur ε^* merupakan kombinasi linier unsur-unsur ε yang diasumsikan menyebar normal.

Bila $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$ diganda awalkan dengan \mathbf{P}^{-1} maka diperoleh model baru $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Y} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}\beta + \mathbf{P}^{-1}\varepsilon$ atau bisa juga ditulis sebagai

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Q}\beta + \varepsilon^* \quad (1)$$

Karena $E(\varepsilon^*) = 0$ dan $\mathbf{V}(\varepsilon^*) = \mathbf{I}\sigma^2$ maka metode kuadrat terkecil dapat diterapkan pada persamaan $\mathbf{Z} = \mathbf{Q}\beta + \varepsilon^*$. Jumlah kuadrat sisanya adalah

$$(\varepsilon^*)'\varepsilon^* = \varepsilon'\mathbf{V}^{-1}\varepsilon = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)'\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta).$$

Persamaan normal $\mathbf{Q}'\mathbf{Q}\mathbf{b} = \mathbf{Q}'\mathbf{Z}$ menjadi

$\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y}$ dengan solusi

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y} \quad (2)$$

bila matrik yang dibalik itu tidak singular. Jumlah kuadrat regresinya adalah $\mathbf{b}'\mathbf{Q}'\mathbf{Z} = \mathbf{Y}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y}$ sedangkan jumlah kuadrat totalnya adalah $\mathbf{Z}'\mathbf{Z} = \mathbf{Y}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y}$.

Jumlah kuadrat galat dapat dinyatakan se bagai $[\mathbf{Z}'\mathbf{Z}] - [\mathbf{b}'\mathbf{Q}'\mathbf{Z}]$. Jumlah kuadrat yang berasal dari nilai tengah adalah $(\sum Z_i)^2/n$, dengan Z_i adalah unsur vektor \mathbf{Z} . Matrik varian-covarian bagi \mathbf{b} adalah

$$\mathbf{V}(\mathbf{b}) = (\mathbf{Q}'\mathbf{Q})^{-1}\sigma^2 = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\sigma^2 \quad (3)$$

Sisaan yang harus diperiksa adalah nilai dugaan bagi $\varepsilon^* = \mathbf{P}^{-1}\varepsilon$. Sisaan-sisaan itu dapat diperoleh menurut rumus $\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})$ dengan $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{b}$ dan \mathbf{b} diperoleh dari persamaan (2). Dengan demikian sisaan tersebut

$$\mathbf{P}^{-1}\{\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\}\mathbf{Y} \quad (4)$$

Penerapan paling sederhana metode kuadrat terkecil terboboti adalah bila amatan –amatan bebas satu sama lain namun mempunyai ragam yang berbeda sehingga

$$\mathbf{V}\sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Bila kuadrat terkecil biasa yang digunakan, walaupun seharusnya kuadrat terkecil terboboti, maka nilai-nilai dugaannya diperoleh dari $\mathbf{b}_0 = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$ dan

$$E(\mathbf{b}_0) = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = \beta \quad (5)$$

namun

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(\mathbf{b}) &= \mathbf{V}((\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}) \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}(\mathbf{Y})\mathbf{X}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\sigma^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Jika analisis yang dilakukan benar maka persamaan (3) terpenuhi dan secara umum, unsur-unsur matriks ini akan menghasilkan ragam yang lebih kecil bagi masing-masing koefisien maupun bagi fungsi linier koefisien.

Sebagai ilustrasi sederhana misalkan terdapat model $E(Y) = \beta X$

Misalkan pula

$$\mathbf{V}(\mathbf{Y}) = \mathbf{V}\sigma^2 = \begin{bmatrix} 1/w_1 & & & 0 \\ & 1/w_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/w_n \end{bmatrix}$$

Dari matriks \mathbf{V} akan ditemukan

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & & & 0 \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & w_n \end{bmatrix}$$

Dengan menerapkan hasil-hasil umum di atas, maka dapat diperoleh

$$b = \frac{\sum w_i X_i Y_i}{\sum w_i X_i^2}$$

dengan semua penjumlahan dilakukan untuk semua $i = 1, 2, \dots, n$

Kasus 1. Misalkan bahwa $\sigma_i^2 = V(Y_i) = kX_i$, artinya ragam setiap Y_i sebanding dengan besarnya nilai X_i . Maka $w_i = \sigma^2 / kX_i$. Dengan demikian

$$b = \frac{\sum Y_i}{\sum X_i}$$

Jadi, jika ragam setiap Y_i sebanding dengan nilai X_i , maka nilai dugaan terbaik bagi koefisien regresi dalam model tersebut adalah rataan Y_i dibagi dengan rataan X_i . Selain itu $\mathbf{v}(\mathbf{b}) = \frac{k}{\sum X_i}$

Kasus 2. Misalkan bahwa $\sigma_i^2 = V(Y_i) = kX_i^2$, artinya ragam setiap Y_i sebanding dengan kuadrat nilai X_i padananya, maka $w_i = \sigma^2 / kX_i^2$. Dengan demikian

$$b = \frac{\sum \frac{Y_i}{X_i}}{n}$$

Jadi, jika ragam setiap Y_i sebanding dengan X_i^2 , maka nilai dugaan terbaik bagi koefisien regresi adalah rata-rata n kemiringan (slope) yang diperoleh dari setiap pasang amatan Y_i/X_i . Juga $\mathbf{v}(\mathbf{b}) = \frac{k}{n}$

Meminimumkan jumlah kuadrat simpangan $\sum (\varepsilon_i^*)^2$, pada model juga akan dilakukan dalam penentuan nilai dugaan bagi parameter regresi. Untuk setiap pengamatan, Jumlah Kuadrat Simpangan persamaan (1) memenuhi $\sum (\varepsilon_i^*)^2 = \sum (Z_i - \beta_0^* + \beta_1^* M_i)^2$

Peubah Z tersebut dinyatakan kembali ke dalam peubah Y , sehingga

$$\begin{aligned} \sum (\sqrt{w_i} \varepsilon_i)^2 &= \sum (\sqrt{w_i} Y_i - \beta_0 \sqrt{w_i} - \beta_1 X_i \sqrt{w_i})^2 \\ \sum w_i \varepsilon_i^2 &= \sum w_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Pendugaan parameter

Dimisalkan nilai dugaan bagi parameter tersebut adalah b_0^* dan b_1^* , hal ini untuk membedakan dengan nilai dugaan kuadrat terkecil biasa.

$$b_1^* = \frac{\sum w_i (x_i - \bar{x}^*) (y_i - \bar{y}^*)}{\sum w_i (x_i - \bar{x}^*)^2} \quad (8)$$

dan

$$b_0^* = \frac{\sum w_i y_i - b_1^* \sum w_i x_i}{\sum w_i} \quad (9)$$

dengan \bar{y}^* dan \bar{x}^* adalah rata-rata terboboti untuk masing-masing peubah.

Kemudian akan ditunjukkan bahwa sifat-sifat penduga dalam kasus heteroskedastisitas dengan metode kuadrat terkecil terboboti yaitu penduga tersebut merupakan kombinasi linier dari peubah acak Y , tak bias, dan memiliki ragam minimum.

Residual

Residual dalam analisis regresi terboboti adalah simpangan antara nilai amatan terboboti dengan nilai regresi terboboti. Nilai yang bersesuaian adalah $w_i Y_i$ dan $w_i \hat{Y}_i$ sehingga sisaan (ϵ_i) adalah $w_i(Y_i - \hat{Y}_i)$. Dengan menerapkan uji residual dapat dilihat kelayakan model dengan memplot residualnya.

Kelayakan Model Regresi Terboboti

Seperti pada metode kuadrat terkecil biasa untuk mengukur kelayakan, dilakukan salah satunya uji F. Hal ini dimaksudkan untuk melihat apakah model regresi yang didapatkan telah layak atau tidak. Jumlah kuadrat yang digunakan dalam metode alternatif ini adalah jumlah kuadrat total terboboti, jumlah kuadrat regresi terboboti dan jumlah kuadrat residu terboboti dengan rumus sebagai berikut :

$$JK \text{ Total} = \sum w_i (y_i - \bar{y})^2 \tag{11}$$

$$JK \text{ Regresi} = \frac{\left\{ \sum w_i y_i x_i - \left[\left(\sum w_i y_i \right) \left(\sum w_i x_i \right) / \sum w_i \right] \right\}^2}{\sum w_i x_i - \left(\sum w_i x_i \right)^2 / \sum w_i} \tag{12}$$

$$JK \text{ Residual} = JK \text{ Total} - JK \text{ Regresi} \tag{13}$$

Dengan adanya JK tersebut dapat ditentukan kelayakan sebuah regresi dan dapat dilakukan berbagai pengujian terhadap persamaan regresi yang diperoleh seperti uji F, uji ketakpasan model, koefisien determinasi, dan pengujian residual. Semua pengujian tersebut memiliki cara yang sama seperti yang dilakukan dalam metode kuadrat terkecil biasa.

Eliminasi Pengaruh Faktor Tak Terkendalikan dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti

Di bidang pemuliaan tanaman, adalah umum bila penelitian dilakukan pada lokasi yang berbeda dalam kurun waktu tertentu untuk mendapatkan informasi mengenai pengaruh berbagai kondisi lingkungan (Suharjo, 1997). Untuk mengatasi munculnya fluktuasi hasil tanaman baik disebabkan oleh perbedaan lokasi maupun beragamnya keadaan lingkungan dan faktor iklim digunakan nilai rata-rata per lokasi sebagai pembobot data asli untuk mendapatkan nilai dugaan (Fox and Rosielle, 1982)

Stabilitas hasil merupakan suatu informasi penting dalam pemuliaan tanaman. Besaran ini mencerminkan kemampuan produksi suatu varietas tanaman pada berbagai kondisi lingkungan. Konsep stabilitas yang populer saat ini yaitu varietas tanaman dikatakan stabil bila (Becker dalam Suharjo, 1997)

- keragaman hasilnya pada lingkungan rendah (biological concept).
- interaksi dengan kondisi lingkungan rendah (agronomic concept).

Untuk mengeliminasi munculnya fluktuasi hasil yang disebabkan oleh faktor lingkungan khususnya suhu, cuaca dan iklim digunakan metode eliminasi yang dilandaskan pada pembobotan masing-masing hasil tanaman dengan nilai rata-rata per lokasi setiap masa tanam.

Cara yang digunakan untuk mengetahui manfaat eliminasi pengaruh iklim melalui metode ini, adalah melalui perbandingan setiap hasil dengan data asli terhadap konsep stabilitas. Selain itu juga akan dibandingkan analisis ragam masing-masing jenis data tersebut.

Hilangnya fluktuasi hasil akibat sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan dalam beberapa musim tanam terhadap komoditi yang diteliti dengan menerapkan metode kuadrat terkecil terboboti akan memudahkan penelusuran terhadap kestabilan taraf-taraf perlakuan yang sedang diteliti, karena hasil yang diberikan melalui berbagai kriteria kestabilan menunjukkan adanya kekonsistenan (Suharjo, 1997).

METODE PENELITIAN

Adapun yang menjadi populasi dalam penelitian ini adalah tanaman Jagung Varietas unggul Bisi 2 pada lahan percobaan di wilayah Riau Kepulauan dengan 5 taraf percobaan lokasi lahan yang luasnya berbeda pada lima kali masa tanam. Metode jumlah kuadrat galat terkecil terboboti ini diaplikasikan dalam pendugaan parameter untuk model regresi yang sesuai bagi kasus fluktuasi hasil tahunan tanaman Jagung Bisi 2 di wilayah Riau kepulauan. Pada prakteknya tidak ada lahan yang memiliki kondisi yang homogen (Suharjo, 1997), perbedaan dapat muncul dari berbagai aspek, baik yang dapat dikendalikan maupun yang tidak dapat dikendalikan. Pada daerah yang sama dalam kurun waktu yang berbeda kondisi iklim sebagai sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan dapat sangat beragam. Untuk mendapatkan informasi mengenai pengaruh faktor pertumbuhan yang tak terkendalikan perlu dilakukan penelitian pada beberapa musim tanam pada lebih dari satu lokasi, sehingga perilaku tanaman pada berbagai kondisi iklim dan lingkungan yang berbeda dapat dievaluasi. (Fox and Rosielle, 1982).

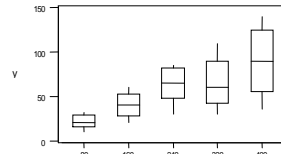
HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel 1. Data pengujian bibit jagung bisi 2 pada beberapa musim tanam dan luas lahan yang berbeda

Masa tanam	luas lahan (m ²)	hasil produksi (kg)
Mei-Agustus 1997	80	25
September-Desember 1997	160	35
Januari-April 1998	240	65
Mei-Agustus 1998	320	70
September-Desember 1998	400	75
Januari-April 1999	80	10
Mei-Agustus 1999	160	20
September-Desember 1999	240	65
Januaru-April 2000	320	55
Mei-Agustus 2000	400	35
September-Desember 2000	80	20
Januari-April 2001	160	40
Mei-Agustus 2001	240	30
September-Desember 2001	320	35
Januari-April 2002	400	90
Mei-Agustus 2002	80	20
September-Desember 2002	160	45
Januari-April 2003	240	80
Mei-Agustus 2003	320	60
September-Desember 2003	400	110
Januari-April 2004	80	32
Mei-Agustus 2004	160	60
September-Desember 2004	240	85
Januari-April 2005	320	110
Mei-Agustus 2005	400	140

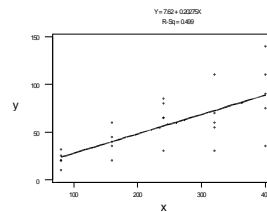
Terjadinya fluktuasi hasil tanam ini mengakibatkan pengaruh faktor-faktor percobaan terhadap hasil tanaman yang diteliti menjadi sukar dievaluasi, karena keragaman hasil yang berasal dari faktor perlakuan terkacaukan oleh keragaman akibat pengaruh iklim (Suharjo, 1997). Hal ini secara

eksploratif dapat dilihat pada box plot (Gambar 1) yang menggambarkan sebaran pengamatan masing-masing taraf perlakuan.

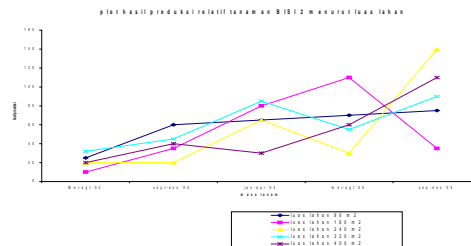


Gambar 1. Box Plot hasil produksi menurut luas lahan

Tendensi hasil yang merupakan salah satu informasi penting yang berkaitan dengan penelitian faktor - faktor keragaman terkendalikan, selama kurun waktu penelitian disajikan pada gambar 2 dan 3. Dapat dilihat bahwa melalui pendekatan pola hubungan linier antara hasil tanaman dan waktu tanam terlihat simpangan yang sangat besar dari waktu ke waktu. Regresi linier antara hasil dan faktor penelitian berupa luas lahan juga menunjukkan adanya simpangan yang cukup besar terhadap garis linier.



Gambar 2. Plot hasil produksi terhadap faktor luas lahan

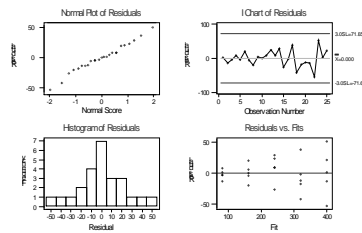


Gambar 3. Plot tendensi hasil produksi tanaman Jagung per musim tanam

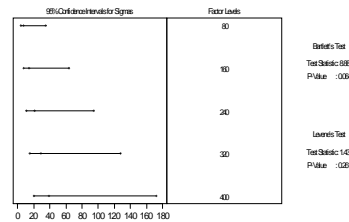
Fluktuasi demikian besar, meskipun pola umum masih dapat dilihat, namun simpangan tiap -tiap pengamatan terhadap garis regresi linier cukup besar. Hal ini mengakibatkan informasi yang dijelaskan oleh garis regresi secara analisis tertutupi oleh simpangan pengamatan tersebut.

Penelitian terhadap sumber keragaman yang dapat dikendalikan, misalnya faktor -faktor genetik tanaman yang harus diteliti demi penemuan varietas unggul yang tahan terhadap berbagai kondisi lingkungan akan sukar dilakukan dalam keadaan kondisi hasil yang mengalami fluktuasi yang cukup besar. Oleh karena itu untuk menemukan suatu kestabilan diperlukan adanya pengeliminasian terhadap pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan khususnya iklim. Pengeliminasian ini pada prinsipnya adalah menemukan model yang mampu menunjukkan stabilitas hasil dalam berbagai kondisi (Suharjo, 1997). Pendugaan parameter dalam kasus ini tidak cukup layak dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa karena adanya pelanggaran asumsi yang disyaratkan yaitu heteroskedastisitas. Keheteroskedastisitasan data dapat dilihat pada Gambar 4 dan

hasil uji kehomogenan ragam dapat dilihat pada Gambar 5. Kedua plot menunjukkan heteroskedastisitas yang sangat mencolok.

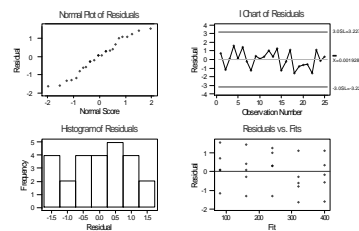


Gambar 4. Plot residu tanaman Jagung Bisi 2

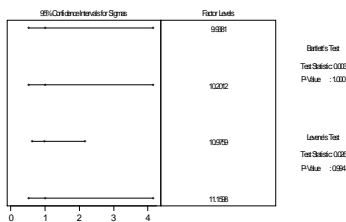


Gambar 5. Plot tes kehomogenan varian

Keheteroskedastisitasan mudah diamati melalui plot residual. Dengan melihat plot residual dari data awal terbukti bahwa terjadi kemenjuluran (skewness) pada scatter plot residual. Untuk melihat sejauh mana model yang didapatkan melalui analisis regresi terboboti yang meminimumkan varians, dilakukan kembali pemplotan terhadap residual dari model $y = 0.243 x$.



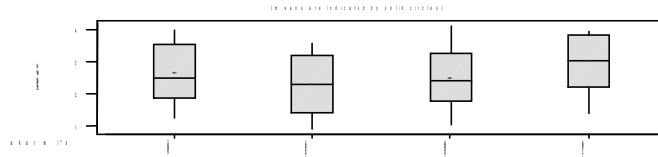
Gambar 6. Plot residual regresi terboboti



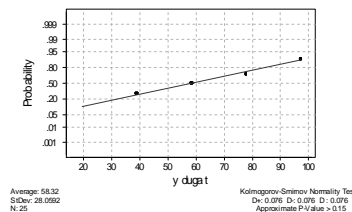
Gambar 7. Plot tes kehomogenan varian data terboboti

Pola plot residual yang ditunjukkan pada Gambar 6 memperlihatkan pola tebaran residual yang tidak lagi mengalami skewness (kemenjuluran) meskipun belum menggambarkan tebaran residual yang memuaskan secara sempurna namun dapat diartikan memuaskan. Plot test kehomogenan ragam data yang telah diboboti pada Gambar 7 juga mendukung bahwa keheterogenan ragam dapat diatasi. Teratasinya ketidakstabilan keragaman hasil yang berasal dari faktor perlakuan yang pada awalnya

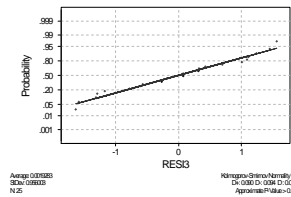
terkacaukan oleh keragaman akibat pengaruh cuaca dan iklim, secara eksploratif dapat dilihat pada box plot (Gambar 8)



Gambar 8. Box plot hasil tanaman menurut jenis lahan setelah diboboti. Melihat terpenuhi atau tidaknya asumsi kenormalan dapat digunakan plot berikut ini.



Gambar 9. Normal Plot



Gambar 10. Normal plot residual

Pola plot diatas memperlihatkan terpenuhinya asumsi kenormalan, sehingga tidak ada alasan untuk mengatakan data menyebar tidak normal. Selain itu pemeriksaan terhadap residual juga menunjukkan bahwa residual menyebar normal. Hal ini dapat dilihat dari normal plot residual, disamping itu didukung oleh statistik Kolmogorooov Smirnov. Dari Gambar 10 dapat dilihat bahwa nilai D uji Kolmogorooov Smirnov (0.094) lebih kecil dari nilai D tabel pada taraf 0.15 (0.220) yang berarti residual berdistribusi normal.

Pendugaan parameter yang dilakukan dengan metode kuadrat terkecil terboboti untuk kasus fluktuasi hasil pada tanaman Jagung varietas unggul Bisi 2 yang telah dilakukan ini menunjukkan bahwa semua asumsi yang disyaratkan sebagai penduga yang baik telah terpenuhi. Berdasarkan ketetapan awal dari penelitian bahwa suatu penduga yang memenuhi semua asumsi yang disyaratkan hanya akan didapatkan dengan menggunakan analisis yang benar (Draper and Smith, 1992), maka disimpulkan analisis regresi terboboti merupakan salah satu analisis yang benar untuk kasus fluktuasi hasil tanaman ini dalam mengeliminasi sumber keragaman tak dapat dikendalikan.

Koeffisien Determinasi untuk model yang telah didapatkan melalui analisis regresi terboboti dalam penelitian fluktuasi hasil tanaman ini adalah :

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{166.89}{188.47} = 88.6\%$$

Jadi, persamaan $y = 0.243 x$ untuk kasus fluktuasi hasil tanaman ini dapat menjelaskan 88.6% dari keragaman total dalam data.

Ketepatan Model dan Galat Murni

Galat murni akan timbul jika data mengalami ulangan (replikasi), sebelumnya telah dinyatakan bahwa ulangan yang dimaksud adalah ulangan sesungguhnya. Seandainya bukan ulangan sesungguhnya s_e^2 cenderung menduga kurang (underestimate) σ^2 , dan uji ketepatan model cenderung mendeteksi secara salah ketidakpasan yang sesungguhnya tidak ada (Draper and Smith, 1992).

Analisis Terboboti dengan pembobot w_i melewati titik pusat
 Persamaan regresinya adalah $Y = 0.243 x$

Prediktor	Koefisien	StDev	t	Nilai-p
X = Luas lahan	0.24298	0.01784	3.62	0.000

Analisis Keragaman

Sumber	db	JK	KT	F	Nilai-p
Regression	1	166.89	166.89	185.56	0.000
Error	24	21.58	0.90		
Total	25	188.47			

Durbin-Watson statistic = 2.25
 Pure error test - F = 0.46 P = 0.7608
 DF(pure error) = 20

Dalam tabel analisis ragam tertera bahwa Pure error test - F = 0.46. Hal ini menunjukkan bahwa nilai F tidak nyata. Jadi berdasarkan uji ini tidak ada alasan untuk meragukan kepasan model dan menggunakan $s^2 = 0.9$ sebagai suatu dugaan bagi σ^2 untuk mengadakan uji F bagi regresi keseluruhan.

Perbandingan Keakuratan Kuadrat terkecil Terboboti dibandingkan dengan Kuadrat Terkecil Biasa. Kelayakan suatu model regresi biasanya diukur dengan menggunakan koefisien determinasi. Model ini memiliki nilai koefisien determinasi 49.9%. Sedangkan model regresi yang parameternya diduga dengan kuadrat terkecil terboboti memiliki koefisien determinasi 88.6%. Secara intuitif dapat dinilai bahwa analisis regresi terboboti memberikan model yang lebih valid jika dibandingkan dengan analisis kuadrat terkecil biasa.

Stabilitas Hasil Setelah Eliminasi Pengaruh Sumber Keragaman tak Terkendalikan dengan Analisis Regresi Terboboti. Salah satu syarat (asumsi) yang harus dipenuhi untuk mendapatkan hasil dengan validitas tinggi adalah dipenuhi kehomogenan ragam. Bila syarat ini dilanggar, maka pengujian hipotesis pada analisis ini tak lagi sensitif (Eisenhart dalam Suharjo, 1997). Penggunaan data asli dalam memberikan gambaran stabilitas hasil tidak memberikan validitas yang memuaskan terhadap konsep stabilitas, yaitu keragaman hasil pada berbagai kondisi lingkungan rendah (minimum) (biological concept). Keadaan ini dapat diatasi dengan menggunakan kuadrat terkecil terboboti dalam menduga parameter untuk model regresi fluktuasi hasil tanaman Jagung ini. Buktinya konsep stabilitas hasil dalam biological concept (Becker dalam Suharjo, 1997) dapat terpenuhi dengan menggunakan metode ini. Manfaat yang dapat diambil oleh para peneliti bidang pertanian dengan didapatkannya model regresi yang mampu memberikan gambaran stabilitas hasil pada berbagai kondisi lingkungan ini adalah memudahkan penelusuran informasi terhadap faktor-faktor penelitian yang mungkin ingin diketahui dalam pengembangan varietas baru yang lebih unggul (Pearce dalam Suharjo, 1997).

KESIMPULAN

Penggunaan kuadrat terkecil terboboti dalam estimasi parameter pada kasus tanaman Jagung yang mengalami fluktuasi hasil dalam penelitian bidang pertanian, memberikan beberapa keuntungan. Memudahkan penelusuran informasi penelitian terhadap sumber keragaman yang dapat dikendalikan terhadap tanaman dalam menemukan varietas unggul. Walaupun pada awalnya penggunaan model regresi dengan menggunakan data asli tidak memiliki validitas yang tinggi namun dengan menggunakan kuadrat terkecil terboboti dalam pendugaan parameter untuk sebuah model yang diinginkan dapat diatasi. Dengan analisis ini, pengaruh sumber keragaman yang tidak dapat dikendalikan yang menyebabkan model dari data asli tidak valid bisa dieliminasi sehingga

perbandingan antar taraf perlakuan menjadi mungkin dan data tetap memiliki sifat asli. Disamping itu tendensi hasil juga akan mudah dikenali. Hilangnya fluktuasi hasil antar masa tanam memudahkan penelusuran akan kestabilan suatu taraf perlakuan, karena hasil yang diberikan menunjukkan kekonsistenan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Chatterjee and Price. 1977. Regression Analysis by Example. USA: John Wiley and Sons Inc.
- [2]. Dixon, W.J. dan F. J. Massey Jr..1991. Pengantar Analisis Statistik (Terjemahan). Yogyakarta: Gadjahmada Universitas Press.
- [3]. Draper, N and H. Smith. 1992. Analisis Regresi Terapan (Edisi kedua) (Terjemahan). Jakarta: Gramedia Pustaaaka Utama.
- [4]. Dunn and Clark. 1974. Applied Statistics: Analysis of Variance and Regression. USA : John Wiley and Sons Inc.
- [5]. Foster, B. 2001. Fisika SMU. Bandung : Ganesha Operation.
- [6]. Fox, P.N. and A.A. Rosielle. 1982. Reducing the influence of environmental main effects on pattern analysis of plant breeding environments. Euphytica.
- [7]. Freud, J.E and R. E. Walpole. 1987. Mathematical Statistics 4th. Prentice Hall: Englewood Cliffe Inc.
- [8]. Gujarati, D. 1991. Ekonometrika Dasar. Jakarta: Erlangga.
- [9]. Herrhyanto, N. 2003. Statistika Matematis Lanjutan. Bandung: Pustaka Setia.
- [10]. James and James. 1976. Mathematics Dic tionary 4th. USA: Van Nostrand Reinhold.
- [11]. Kutner, M.H., C. J. Nachtsheim and friends. 2005. Applied Linier Statistical Models. Singapore: Mc. Graw-Hills
- [12]. Notoatmojo S. 2002. Metodologi Penelitian Kesehatan. Jakarta : Rineka Cipta.
- [13]. Soelistyo, 2001. Dasar-dasar Ekonometrika. Yogyakarta: BPFE
- [14]. Steel, R.G.D. and J. H. Torrie. 1981. Principles and Procedures Of Statistics A Biometrical Approach. Singapore: Mc Graw-Hills
- [15]. Steel, R.G.D., J. H. Torrie and David A. 1997. Principles and Procedures Of Statistics A Biometrical Approach 3th edition. New York: Mc Graw-Hills
- [16]. Suharjo, B. 1997. Eliminasi Pengaruh Iklim Pada Komoditi Pertanian Dalam Penelitian Jangka Panjang. Forum Statistika Dan Komputasi IPB. Vol.2, 36 -45.
- [17]. Walpole, R.E. 1992. Pengantar Statistika (Terjemahan). Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- [18]. Weisberg, S. 1985. Applied Linier Regression. New York : John Wiley and Sons.
- [19]. Wonnacot and Wonnacot. 1981. Regression : Second Course In Statistics. New York: John Wiley and Sons Inc.