

Model Time Series Box Jenkins Pengguna Transportasi Udara di Bandara Bengkulu

Amaida¹, Sigit Nugroho², dan Jose Rizal²

1. Alumni Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu
2. Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Time series (deret berkala) adalah suatu barisan data yang diamati dan dicatat secara terus menerus. Sebagai contoh pengguna transportasi udara baik yang datang maupun yang berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu. Analisis data meliputi plot data *time series*, ACF, PACF, memilih dan menguji model yang sesuai untuk data, serta melakukan peramalan terhadap series untuk beberapa periode kedepan.

Tujuan penelitian ini adalah untuk menerapkan teori analisis deret waktu dalam menentukan model *time series* Box-Jenkins serta melakukan peramalan (*forecasting*) berdasarkan data bulanan selama kurun waktu 5 tahun dari tahun 2002 sampai dengan tahun 2006 dari banyaknya pengguna transportasi udara setiap bulannya di Bandara Bengkulu serta melakukan peramalan (*forecasting*) untuk 3 bulan.

Metode analisis yang digunakan adalah Model *Time Series* Box Jenkins ini ialah melalui tiga tahapan diantaranya identifikasi model, pengestimasi model dan diagnosa model.

Setelah melalui tahap identifikasi model, estimasi model dan diagnosa model maka model yang terbentuk dengan model ARIMA adalah (1,1,0) untuk pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu yang dinyatakan dengan persamaan: $Z_t = 1,545 Z_{t-1} - 0,545 Z_{t-2}$, sedangkan model yang terbentuk pada pengguna transportasi udara yang berangkat dari Bandara Bengkulu adalah model ARIMA (1,1,0) yang dinyatakan dengan persamaan: $Z_t = 1,598 Z_{t-1} - 0,598 Z_{t-2}$

Kata kunci: *Time series*, ACF, PACF, ARIMA, Peramalan, Identifikasi Model. Pengestimasi Model dan Diagnosa Model.

PENDAHULUAN

Transportasi udara adalah setiap kegiatan dengan menggunakan pesawat udara untuk menampung penumpang, kargo dan pos untuk satu perjalanan atau lebih dari satu Bandar udara ke Bandar udara lain atau beberapa Bandar udara dalam tempo waktu yang cukup singkat. Kebijakan penambahan penerbangan merupakan salah satu strategi dalam meningkatkan efektifitas penerbangan. Setelah kebijaksanaan ditetapkan, jumlah penumpang yang berangkat dari Bengkulu dan datang ke Bengkulu ternyata mengalami perubahan dibandingkan sebelum penambahan jadwal penerbangan (Badan Pusat Statistik, 2004). Oleh karena tidak dapat dipastikan bagaimana kecenderungan pola musiman, pergerakan naik turun (*fluktuasi*) serta keragaman acak yang terbentuk dari pengguna transportasi udara secara umum, dengan demikian analisis deret waktu dapat digunakan untuk meramalkan jumlah pengguna transportasi udara di Bandara Bengkulu.

Analisis deret waktu digunakan untuk melakukan analisis data dengan mempertimbangkan pengaruh waktu dan data pengamatan yang dikumpulkan secara periodik berdasarkan urutan waktu (jam, hari, minggu, bulan, kuartal, tahun dan sebagainya). Deret waktu (*Time Series*) adalah suatu barisan data yang diamati dan dicatat secara terus menerus. Tujuan analisis deret waktu adalah untuk mendapatkan suatu ukuran yang dapat digunakan untuk membuat keputusan masa kini, untuk prediksi atau peramalan beberapa periode kedepan, dan untuk perencanaan operasional di masa yang akan datang (Clark dan Schkade dalam Ningsih, 2006).

Dalam metode Box Jenkins ini terdapat beberapa model yang akan digunakan diantaranya adalah model *Autoregressive* (AR), model Rata-rata Bergerak (MA), *Autoregressive Moving-Average* (ARMA) serta model ARIMA. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menerapkan teori analisis deret waktu dalam menentukan model *time series* Box-Jenkins serta melakukan peramalan

(forecasting) berdasarkan data bulanan selama kurun waktu 5 tahun dari tahun 2002 sampai dengan tahun 2006 dari banyaknya pengguna transportasi udara setiap bulannya di Bandara B engkulu serta melakukan peramalan (forecasting) untuk 3 bulan mendatang.

MODEL-MODEL TIME SERIES BOX JENKINS

Model Autoregressive (AR)

Model *Autoregressive* yaitu meregresikan atau meramalkan nilai peubah yang tidak diketahui sebagai fungsi nilai-nilai peubah yang telah diketahui.

Model 1	Persamaan	ACF	PACF
AR(1)	$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t$	$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi^k \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots$	$\phi_{kk} = \begin{cases} \rho_1 = \phi_1 & k = 1 \\ 0 & k \geq 2 \end{cases}$
AR(2)	$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t$	$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \quad k \geq 1$	$\phi_{kk} = \begin{cases} \frac{\phi_1}{1 - \phi_2} & k = 1 \\ \phi_2 & k = 2 \\ 0 & k \geq 3 \end{cases}$

Model Moving Average (MA)

Rata-rata bergerak diperoleh melalui pejumlahan dan pencarian nilai rata-rata dari sejumlah periode tertentu, setiap kali menghilangkan nilai yang lama dan menambahkannya dengan nilai yang baru.

Model 1	Persamaan	ACF	PACF
MA(1)	$Z_t = a_t - \theta a_{t-1}$	$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$ $\begin{cases} -\theta & k=1 \\ 0 & k \geq 2 \end{cases}$	$\phi_{kk} = \begin{cases} \frac{-\theta(1-\theta^2)}{1-\theta_1^4} & k = 1 \\ \frac{-\theta^2(1-\theta^2)}{(1-\theta^6)} & k = 2 \\ \frac{-\theta_1^3(1-\theta_1^2)}{(1-\theta_1^8)} & k = 3 \end{cases}$

MA(2)	$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$	$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & k=1 \\ \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & k=2 \\ 0 & k>2 \end{cases}$	$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1 - \theta_1 \theta_2 + \dots + \theta_2 \theta_1^k}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & k=1, 2, \dots, q \\ 0 & k>q \end{cases}$
-------	---	--	--

Model ARMA (Autoregressive Moving Average)

Modell	Persamaan	ACF
ARMA (p,q)	$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$	$\rho_k = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)}{1-2\theta\phi+\theta^2}$ untuk $k \geq 1$

Sehingga dari uraian mengenai beberapa model *time series* diatas dapat disimpulkan karakteristik untuk setiap model berdasarkan nilai fungsi autokorelasi (ACF – *Autocorrelation Function*) dan fungsi parsial autokorelasi (PACF – *Partial Autocorrelation Function*), adalah sebagai berikut:

Proses	ACF	PACF
AR(p)	Menurun secara eksponensial	Cut off pada lag p
MA(q)	Cut off pada lag q	Menurun secara eksponensial
ARMA(p,q)	Menurun secara eksponensial mulai lag q	Menurun secara eksponensial mulai lag p

Model ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average)

Model ARIMA merupakan model untuk deret tak stasioner. Suatu deret $\{Z_t\}$ dikatakan mengikuti suatu model ARIMA jika diferensi ke-d, yakni $W_t = \nabla^d Z_t$ merupakan proses ARMA stasioner. Jika W_t adalah ARMA (p,q), maka Z_t dikatakan ARIMA (p,d,q)

Perhatikan proses ARIMA(p,1,q). dengan mendefenisikan $W_t = Z_t + Z_{t-1}$ akan diperoleh:

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + \dots + \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_p a_{t-p}$$

atau jika ditulis dalam suku-suku deret pengamatan, akan didapatkan:

$$Z_t - Z_{t-1} = \phi_1 (Z_{t-1} - Z_{t-2}) + \phi_2 (Z_{t-2} - Z_{t-3}) + \dots + \phi_p (Z_{t-p} - Z_{t-p-1}) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_p a_{t-p}$$

METODE BOX-JENKINS

Identifikasi Model

Langkah ini untuk menentukan apakah data deret waktu yang digunakan bersifat stasioner atau tidak. Jika data deret waktu tersebut tidak stasioner, biasanya dapat digunakan metode perbedaan (*differencing method*). Jika data runtun waktu telah stasioner, maka harus mengidentifikasi bentuk model yang akan digunakan.

Pengestimasi Model

Setelah berhasil menetapkan identifikasi model sementara, selanjutnya parameter-parameter AR dan MA, musiman dan tidak musiman harus ditetapkan dengan cara yang terbaik. Terdapat dua cara yang mendasar untuk mendapatkan parameter-parameter terbaik tersebut yaitu: dengan cara mencoba-coba (*trial and error*) – menguji beberapa nilai yang berbeda dan memilih satu nilai tersebut yang meminimumkan jumlah kuadrat nilai sisa (*sum of squared residuals*) dan perbaikan secara iterative memilih taksiran awal dan kemudian dilakukan penghalusan dengan menggunakan program komputer.

Diagnosa Model

Diagnosa model dapat dilakukan dengan menganalisa plot dari fungsi autokorelasi (*ACF – Autocorrelation Function*) dan fungsi parsial autokorelasi (*PACF – Partial Autocorrelation Function*). Hal ini dikarenakan setiap model mempunyai karakteristik *ACF* dan *PACF* yang berbeda.

Kelayakan suatu model dapat diuji dengan menggunakan uji statistik *Box-Pierce Q*. Uji statistiknya adalah:

$$Q = n \sum_{k=1}^m r_k^2 \quad \text{atau} \quad Q = (N-d) \sum_{k=1}^m r_k^2$$

Statistik *Box-Pierce Q* berdistribusi *Chi-Square* (χ^2) dengan derajat bebas $k-p-q$, dimana k adalah jumlah maksimum lag yang diinginkan, p adalah orde model *autoregressive* sedangkan q adalah orde model *moving average*.

Dengan kriteria pengujian:

Jika $Q \leq \chi_{k-p-q}^2$ atau $p \text{ value} > 0,05$ maka model sesuai (nilai *error* bersifat acak).

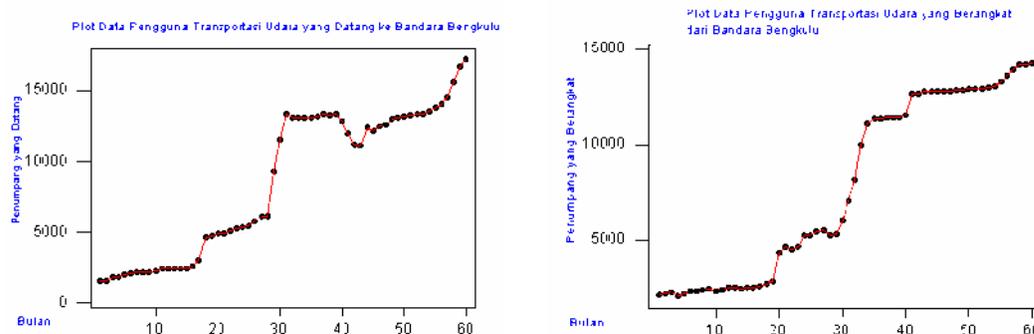
Jika $Q > \chi_{k-p-q}^2$ atau $p \text{ value} < 0,05$ maka model tidak sesuai (nilai *error* tidak bersifat acak).

PENERAPAN TEORI

Untuk menentukan model *time series* yang sesuai dengan data tersebut akan dilakukan langkah-langkah mengidentifikasi model *time series* sebagai berikut:

1. Memplot data terhadap waktu
2. Menguji ada tidaknya trend atau musiman
3. Mengidentifikasi model melalui plot *ACF* dan *PACF* berdasarkan data yang sudah stasioner
4. Menaksir parameter
5. Memprediksi

Identifikasi Model

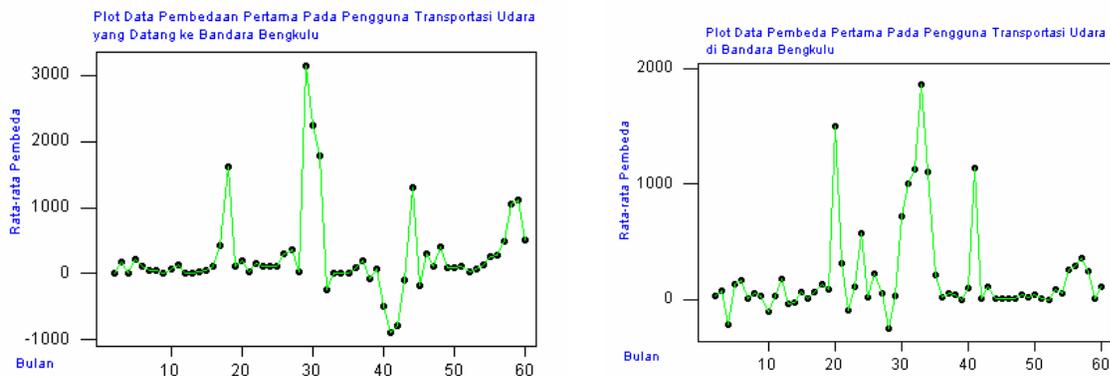


Gambar 1. Plot Data Pengguna Transportasi Udara yang Datang dan berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu Mulai Bulan Januari 2002 Sampai Dengan Desember 2006

Plot data di atas baik plot data yang datang maupun yang berangkat dari dan ke Bengkulu menunjukkan adanya kecenderungan pergerakan naik turun (*fluktuasi*) dari tahun ke tahun. Namun bukan hanya terjadi peningkatan secara umum tapi terlihat pula bahwa variasi kenaikannya pun beragam. Pada tahun 2002 terlihat kenaikan yang terjadi tidak begitu tinggi, keadaan ini disebabkan oleh masih mahalnnya harga tiket dari dan ke Bengkulu, kuantitas jadwal penerbangan yang masih sedikit baik yang berangkat maupun yang datang dari dan ke Bengkulu, serta pesawat terbang yang beroperasi pada tahun tersebut hanya Merpati Air Lines. Akan tetapi pada pertengahan tahun 2003 sampai dengan tahun 2006 jumlah pengguna transportasi di Bandara Bengkulu mengalami kenaikan yang cukup tinggi ini terlihat dari variasi yang begitu besar, kenaikan jumlah pengguna transportasi Udara di Bandara Bengkulu ini didukung dengan harga tiket sudah relatif murah, banyaknya jadwal penerbangan yang berangkat maupun yang datang dari dan ke Bengkulu dalam seminggu, serta pesawat terbang yang beroperasi sudah cukup banyak diantaranya: Sriwijaya Air, Batavia Air, Adam Air, Lion Air dan Riau Air Lines.

Pembedaan (*Differensial*) Pertama

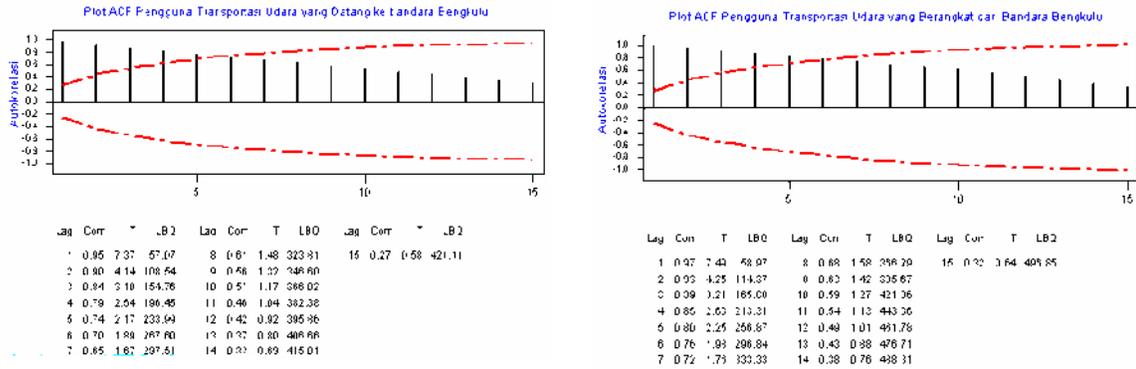
Pembedaan (*Differensial*) pertama ini dilakukan jika plot data yang diperoleh tidak stasioner artinya varian serta rata-ratanya tidak berada dalam keadaan konstan. Seperti yang sudah terlihat plot data pengguna transportasi udara di Bandara Bengkulu baik yang datang maupun yang berangkat diatas bahwa plot datanya tidak stasioner, untuk itu untuk menstasionerkan data tersebut dilakukan pembedaan pertama pada data aslinya.



Gambar 2. Plot Data Pembedaan Pertama Pada Pengguna Transportasi Udara yang Datang dan Berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu.

Autokorelasi (*Autocorrelation*)

Setelah dilakukan pembedaan pertama, terlihat bahwa plot grafik yang terbentuk tampak plot data diatas menunjukkan pola yang stasioner. Berikut ini adalah plot ACF dari data yang sudah diturunkan satu lag.



Gambar 3. Plot ACF Data Pengguna Transportasi Udara yang Datang dan Berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu

Plot autokorelasi diatas baik plot autokorelasi yang datang maupun yang berangkat menunjukkan 15 lag. Ini diperoleh dari lag sebanyak $n/4$ untuk pengamatan (n) ≤ 240 (Iriawan, N dan Astuti, P. S., 2006). Dalam kasus ini, jumlah pengamatan pengguna transportasi udara di Bandara Bengkulu adalah 60 sehingga $60/4 = 15$. Oleh karena itu, MINITAB menggambarkan 15 lag. Dalam kasus ini, selang kepercayaan yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$. Dengan menggunakan tabel distribusi normal, nilai z yang hampir mendekati $p=5\%$ adalah 1.645. Oleh karena itu, nilai z yang dijadikan sebagai patokan adalah statistik $z_{0,05}=1,645$. Statistik T ini digunakan untuk uji hipotesis yang mendeteksi korelasi pada lag ke z_t dengan z_{t-k} (k adalah lag). Dalam hal ini, garis merah adalah selang kepercayaan yang merupakan garis batas signifikan autokorelasi. Kemudian output menunjukkan bahwa nilai-nilai autokorelasi yang turun secara eksponensial pada nilai autokorelasi positif. Pola seperti ini dapat dijadikan petunjuk awal mendeteksi model *time series*.

Prosedur pengujian hipotesis secara statistik terdiri dari beberapa langkah. Langkah-langkah tersebut adalah:

1. Merumuskan Hipotesis

$H_0 : \rho_k = 0$ menjelaskan bahwa antara z_t dengan z_{t-k} tidak ada korelasi

$H_1 : \rho_k \neq 0$ menjelaskan bahwa antara z_t dengan z_{t-k} ada korelasi

2. Menentukan Taraf Signifikan

Taraf signifikan yang digunakan yaitu 5%.

3. Menentukan Uji Statistik

Uji statistik adalah suatu nilai yang diperoleh dari sampel dan digunakan untuk memutuskan atau menolak hipotesa. Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji T.

4. Mengambil Keputusan atau Kesimpulan

Jika statistik $T > z_{0,05}$, maka tolak hipotesis awal (H_0)

Jika statistik $T < z_{0,05}$, maka terima hipotesis awal (H_0)

Output pada plot autokorelasi pengguna transportasi udara yang berangkat dari Bandara Bengkulu menunjukkan nilai statistik T setelah lag k yang melebihi nilai statistik $z_{0,05}$ yaitu pada :

1. Lag 1 bernilai 7,49
2. Lag 2 bernilai 4,25
3. Lag 3 bernilai 3,21
4. Lag 4 bernilai 2,63
5. Lag 5 bernilai 2,25
6. Lag 6 bernilai 1,98

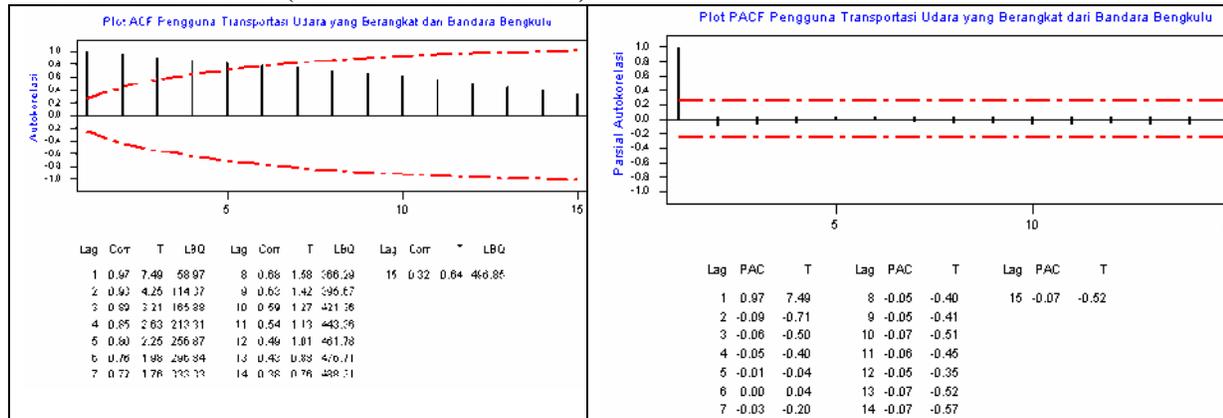
Sedangkan output pada plot autokorelasi pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu menunjukkan nilai statistik T setelah lag k yang melebihi nilai statistik $z_{0,05}$ yaitu pada :

1. Lag 1 bernilai 7,37

2. Lag 2 bernilai 4,14
3. Lag 3 bernilai 3,10
4. Lag 4 bernilai 2,54
5. Lag 5 bernilai 2,17
6. Lag 6 bernilai 1,89

Dari gambar plot ACF data pengguna transportasi udara baik yang datang maupun berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu terlihat bahwa pada lag 1, lag 2, lag 3, lag 4, lag 5 dan lag 6 menunjukkan lokasi statistik T jatuh didaerah penolak an. Sehingga pada lag 1, lag 2, lag 3, lag 4, lag 5 dan lag 6 atau antara z_t dengan z_{t-k} secara statistik ada korelasi ($\rho_k \neq 0$) cukup berarti. Selain di lag 1, lag 2, lag 3, lag 4, lag 5 dan lag 6, korelasinya secara statistik tidak berarti ($\rho_k = 0$).

Parsial Autokorelasi (Partial Autocorelation)



Gambar 4. Plot PACF Data Pengguna Transportasi Udara yang Berangkat dari Bandara Bengkulu

PACF pada gambar 2. menunjukkan bahwa setelah lag 1, PACF mengalami *cut off*. Disamping itu, pada lag 1, PACF tampak keluar dari selang kepercayaan. Berdasarkan pada karakteristik yang dimiliki oleh masing-masing model di mana ACF turun secara eksponensial dan PACF turun setelah lag 1, ini berarti ada indikasi modelnya adalah model *autoregressive*. Berdasarkan hasil, dapat diperkirakan bahwa model *time series*-nya adalah model *autoregressive*. Karena PACF turun pada lag 1, maka perkiraan model *autoregressive* berorde 1 atau AR(1).

Pengstimasian Model

Dengan menggunakan program MINITAB, dibawah ini merupakan taksiran parameter dari model AR(1).

ARIMA model for Datang

Estimates at each iteration			
Iteration	SSE	Parameters	
0	22230104	0,100	338,559
1	20117764	0,539	399,328
2	19090689	0,543	459,817
3	18982855	0,544	462,604
4	18982493	0,545	495,172

ARIMA model for Berangkat

Estimates at each iteration			
Iteration	SSE	Parameters	
0	8890082	0.100	186.161
1	7959838	0.250	154.799
2	7466617	0.400	123.274
3	7380513	0.489	104.093
4	7380208	0.494	102.469

Model Time Series Box-Jenkins Pengguna Transportasi Udara ...

5	18982492	0,545	496,061	5	7380207	0.494	102.345
Relative change in each estimate less than 0,0010				Relative change in each estimate less than 0.0010			
Final Estimates of Parameters				Final Estimates of Parameters			
Type	Coef	SE Coef	T	Type	Coef	SE Coef	T
P				P			
AR 1	0,545	0,1173	4,96	AR 1	0.4943	0.1152	4.29
0,000				0.000			
Constant	141,06	75,11	1,88	Constant	102.35	46.83	2.19
0,065				0.033			
Differencing: 1 regular difference				Differencing: 1 regular difference			
Number of observations: Original series 60, after differencing 59				Number of observations: Original series 60, after differencing 59			
Residuals: SS = 18970910 (backforecasts excluded)				Residuals: SS = 7374973 (backforecasts excluded)			
MS = 345146 DF = 57				MS = 129385 DF = 57			

Gambar 4. Output Data Pengguna Transportasi Udara yang Datang dan Berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu

Tahap awal menginterpretasikan output *time series* adalah melihat signifikansi parameter model yang telah dimodelkan. Seperti yang telah dijelaskan diatas, bahwa model *time series* yang digunakan adalah model AR(1) yang melibatkan konstanta didalamnya. Jadi ada 2 parameter dalam model. Secara umum, signifikansi konstanta tidak perlu diuji sehingga disini yang diuji hanya parameter *autoregressive* (ϕ).

Prosedur pengujian hipotesis secara statistik terdiri dari beberapa langkah. Langkah-langkah tersebut adalah:

1. Merumuskan Hipotesis

$H_0 : \phi = 0$ menjelaskan bahwa parameter AR tidak cukup signifikan dalam model

$H_1 : \phi \neq 0$ menjelaskan bahwa parameter AR cukup signifikan dalam model

2. Menentukan Taraf Signifikan

Taraf signifikan yang digunakan yaitu 5%.

3. Menentukan Uji Statistik

Uji statistik adalah suatu nilai yang diperoleh dari sampel dan digunakan untuk memutuskan atau menolak hipotesa. Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji T.

4. Mengambil Keputusan atau Kesimpulan

Jika statistik $T > z_{0,05}$, maka tolak hipotesis awal (H_0)

Jika statistik $T < z_{0,05}$, maka terima hipotesis awal (H_0)

Berdasarkan tabel taksiran parameter, hasil pengolahan data yang ditunjukkan statistik T untuk parameter AR(1) atau ϕ adalah 3,92 (Pengguna transportasi udara yang Datang) sedangkan ϕ adalah 5,68 (Pengguna Transportasi yang Berangkat). Pada $\alpha = 5\%$, statistik z adalah 1.645. Bila statistik T dibandingkan dengan nilai z , maka nilai statistik T lebih besar. Berdasarkan informasi, maka dapat disimpulkan bahwa dalam model AR(1), parameter ϕ bagi pengguna transportasi udara yang datang maupun yang berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu cukup signifikan. Jadi, persamaan modelnya adalah:

Model untuk Pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu	Model untuk Pengguna transportasi udara yang berangkat dari Bandara Bengkulu
$Z_t - Z_{t-1} = \phi(Z_{t-1} - Z_{t-2})$ $Z_t - Z_{t-1} = 0,4669(Z_{t-1} - Z_{t-2})$ $Z_t = Z_{t-1} + 0,4669Z_{t-1} - 0,4669Z_{t-2}$ $Z_t = Z_{t-1}(1 + 0,4669) - 0,4669Z_{t-2}$ $Z_t = 1,4669Z_{t-1} - 0,4669Z_{t-2}$	$Z_t - Z_{t-1} = \phi(Z_{t-1} - Z_{t-2})$ $Z_t - Z_{t-1} = 0,4943(Z_{t-1} - Z_{t-2})$ $Z_t = Z_{t-1} + 0,4943Z_{t-1} - 0,4943Z_{t-2}$ $Z_t = Z_{t-1}(1 + 0,4943) - 0,4943Z_{t-2}$ $Z_t = 1,4943Z_{t-1} - 0,4943Z_{t-2}$

Diagnosa Model

Untuk mendeteksi adanya proses *white noise*, akan dilakukan beberapa uji. Uji pertama adalah uji korelasi yang berguna untuk mendeteksi independensi residual dan uji kedua adalah kemormalan residual model.

Statistik Ljung Box Pierce untuk Pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu	Statistik Ljung Box Pierce untuk Pengguna transportasi udara yang berangkat dari Bandara Bengkulu																																																		
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: left;">Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Lag</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">24</td> <td style="text-align: center;">36</td> <td style="text-align: center;">48</td> </tr> <tr> <td>Chi-Square</td> <td style="text-align: center;">4.9</td> <td style="text-align: center;">19.2</td> <td style="text-align: center;">21.3</td> <td style="text-align: center;">22.4</td> </tr> <tr> <td>DF</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">22</td> <td style="text-align: center;">34</td> <td style="text-align: center;">46</td> </tr> <tr> <td>P-Value</td> <td style="text-align: center;">0.897</td> <td style="text-align: center;">0.630</td> <td style="text-align: center;">0.956</td> <td style="text-align: center;">0.999</td> </tr> </table>	Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic					Lag	12	24	36	48	Chi-Square	4.9	19.2	21.3	22.4	DF	10	22	34	46	P-Value	0.897	0.630	0.956	0.999	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: left;">Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Lag</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">24</td> <td style="text-align: center;">36</td> <td style="text-align: center;">48</td> </tr> <tr> <td>Chi-Square</td> <td style="text-align: center;">4.9</td> <td style="text-align: center;">19.2</td> <td style="text-align: center;">21.3</td> <td style="text-align: center;">22.4</td> </tr> <tr> <td>DF</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">22</td> <td style="text-align: center;">34</td> <td style="text-align: center;">46</td> </tr> <tr> <td>P-Value</td> <td style="text-align: center;">0.897</td> <td style="text-align: center;">0.630</td> <td style="text-align: center;">0.956</td> <td style="text-align: center;">0.999</td> </tr> </table>	Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic					Lag	12	24	36	48	Chi-Square	4.9	19.2	21.3	22.4	DF	10	22	34	46	P-Value	0.897	0.630	0.956	0.999
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic																																																			
Lag	12	24	36	48																																															
Chi-Square	4.9	19.2	21.3	22.4																																															
DF	10	22	34	46																																															
P-Value	0.897	0.630	0.956	0.999																																															
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic																																																			
Lag	12	24	36	48																																															
Chi-Square	4.9	19.2	21.3	22.4																																															
DF	10	22	34	46																																															
P-Value	0.897	0.630	0.956	0.999																																															

Uji Independensi Residual

Uji ini dilakukan untuk mendeteksi independensi residual antar-lag. Dua lag dikatakan tidak berkorelasi apabila antar-lag tidak ada korelasi cukup berarti. Dalam *time series*, uji dilakukan dengan menggunakan statistik Ljung-Box-Pierce.

1. Pengujian Hipotesis

Untuk mendeteksi adanya proses idependensi antar-residual, hipotesisnya adalah:

$$H_0 : \rho_{a_t, a_{t+k}} = 0 \text{ (ada korelasi antar-lag)}$$

$$H_1 : \rho_{a_t, a_{t+k}} \neq 0 \text{ (tidak ada korelasi antar-lag)}$$

2. Menentukan Taraf Signifikan

Taraf signifikan yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$

3. Uji Statistik

$$\text{Uji Statistik yang digunakan Ljung Pierce } Q = n \sum_{k=1}^m r_k^2 \text{ atau } Q = (N - d) \sum_{k=1}^m r_k^2$$

4. Pengambilan keputusan

Jika $Q \leq \chi_{k-p-q}^2 = p \text{ value} > 0,05$ maka terima H_0 .

Jika $Q > \chi_{k-p-q}^2 = p \text{ value} < 0,05$ maka tolak H_0 .

Pada tahap ini akan digunakan level teloransi (α) sebesar 5% untuk analisis. Deteksi idependensi antar-lag dilakukan pada tiap lag. Tabel 1.a menampilkan nilai statistik Ljung-Box-Pierce pada lag 12, 24, 36, dan 48. Nilai statistik Ljung-Box-Pierce pada lag 12 berarti menunjukkan nilai statistik Ljung-Box-Pierce antara lag t dengan lag 12. untuk mengevaluasi output, lihat tabel 1.a dibawah ini:

Tabel 1.a.

Pengguna Transportasi Udara yang Datang ke Bandara Bengkulu

Lag (K)	df ($K-k$)	Statistik Ljung-Box-Pierce.	χ^2 tabel	p-value
12	10 (12-2)	8,1	18,31	0,620
24	22 (24-2)	20,7	33,92	0,540
36	34 (36-2)	28,9	48,602	0,716
48	46 (48-2)	30,0		0,968

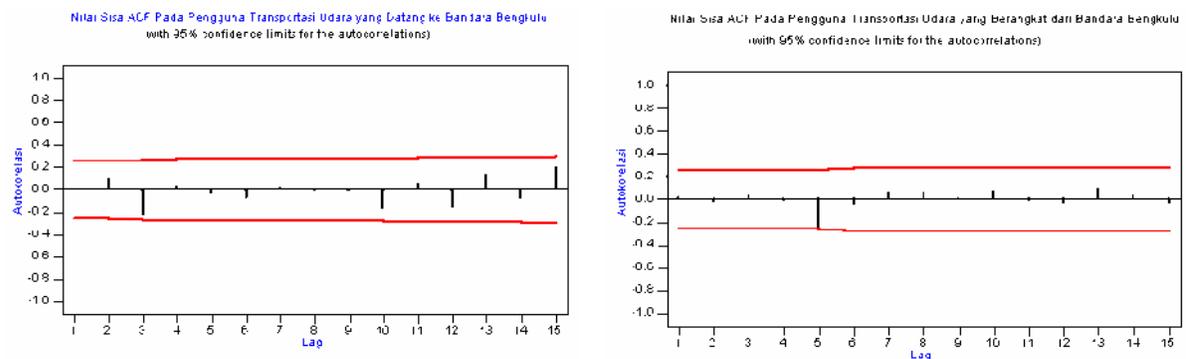
Tabel 1.b.

Pengguna Transportasi Udara yang Berangkat dari Bandara Bengkulu

Lag (K)	df ($K-k$)	Statistik Ljung-Box-Pierce.	χ^2 tabel	p-value
12	10 (12-2)	4,9	18,31	0,897
24	22 (24-2)	19,2	33,92	0,630
36	34 (36-2)	21,3	48,602	0,956
48	46 (48-2)	22,4		0,999

Sehingga dari data Pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu dan Pengguna transportasi udara yang berangkat dari Bandara Bengkulu dapat disimpulkan bahwa tidak ada korelasi antara residual pada lag t dengan residual pada lag 12 karena statistik Ljung -Box-Pierce tidak lebih dari $\chi^2_{(5\%,10)}$. Begitu pula untuk lag 24, 36 dan 48, statistik Ljung -Box-Pierce tidak melebihi $\chi^2_{(5\%,22)}$, $\chi^2_{(5\%,36)}$ dan $\chi^2_{(5\%,48)}$. Artinya, antara residual pada lag t dengan residual pada (sampai) lag 48, tidak ada yang saling berkorelasi. Sehingga dapat disimpulkan bahwa residual telah memenuhi asumsi independensi.

Uji Kenormalan Residual



Gambar 5. Plot ACF Residual Pengguna Transportasi Udara yang Datang maupun yang Berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu

Uji lain yang dapat digunakan untuk melihat independensi antar -lag yaitu dengan membuat plot ACF residual seperti pada gambar 2 diatas. Dengan memperhatikan gambar diatas terlihat bahwa tidak ada 1 lag pun yang keluar batas. Berdasarkan grafik ACF, dapat disimpulkan bahwa residual model telah independen. Hasil uji Ljung Box dan Plot ACF residual konsisten.

PENUTUP

Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang diperoleh, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan pada grafik data dari pengguna transportasi udara yang datang maupun yang berangkat dari dan ke Bandara Bengkulu selama periode tahun 2002 sampai dengan tahun 2006 belum stasioner pada level awal, sehingga perlu dilakukan proses pembedaan (*differencing*) hingga data stasioner, pada pembedaan pertama ternyata kedua data sudah stasioner sehingga tidak perlu dilakukan pembedaan (*differencing*) lagi.
2. Model terbaik yang terbentuk dari pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu adalah ARIMA (1,1,0) yang dinyatakan dengan persamaan:

$$Z_t = 1,545 Z_{t-1} - 0,545 Z_{t-2}$$

3. Model terbaik yang terbentuk dari pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu adalah ARIMA (1,1,0) yang dinyatakan dengan persamaan:

$$Z_t = 1,598 Z_{t-1} - 0,598 Z_{t-2}$$

4. Hasil peramalan (*forecasting*) bagi pengguna transportasi udara yang datang ke Bandara Bengkulu selama tiga bulan kedepan, menunjukkan peningkatan untuk setiap bulannya yaitu pada bulan Januari sebesar 14373 orang, bulan Februari sebesar 14411 orang dan bulan Maret sebesar 14434 orang. Sedangkan untuk hasil peramalan peramalan (*forecasting*) bagi pengguna transportasi udara yang berangkat dari Bandara Bengkulu selama tiga bulan kedepan juga menunjukkan peningkatan untuk setiap bulannya yaitu pada bulan Januari sebesar 17496 orang, bulan Februari sebesar 17646 orang dan bulan Maret sebesar 17727 orang.

Saran

Beberapa saran yang dapat diberikan oleh penulis sebagai bahan penelitian lanjutan adalah sebagai berikut: dalam penentuan nilai p , d , dan q pada model ARIMA diperlukan kecermatan dan ketelitian, sehingga meskipun telah dikembangkan beberapa pedoman yang bermanfaat dalam membantu mempermudah penentuan model tersebut, masih tetap diperlukan pengalaman dan usaha mencoba-coba (*trial and error*) agar dapat menggunakan metode tersebut dengan lebih tepat dan peramalan dengan menggunakan metode ARIMA merupakan alternatif dalam peramalan jumlah pengguna transportasi udara di Bandara Bengkulu dengan menggunakan data historis, sehingga tidak tertutup kemungkinan untuk dilakukan peramalan dengan metode lainnya. Untuk penelitian lebih lanjut diharapkan analisis peramalan tidak hanya pada masalah *time series* saja, tetapi juga peramalan kausal (sebab akibat), sehingga bisa dicari sebab-sebab terjadinya perubahan jumlah pengguna transportasi udara atau variabel-variabel apa yang mempengaruhi jumlah pengguna transportasi udara tersebut, sehingga analisis ini menjadi lebih lengkap.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Jumlah Pengguna Transportasi Udara yang Datang ke Bandara Bengkulu dari bulan Januari 2002 Sampai Dengan Desember 2006

Tahun	Bulan											
	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Juni	Juli	Agst	Sept	Okt	Nov	Des
2002	1590	1594	1771	1780	1990	2102	2147	2190	2193	2265	2386	2387
2003	2389	2406	2457	2575	3001	4621	4723	4924	4949	5105	5223	5341
2004	5460	5768	6126	6145	9302	11550	13344	13098	13102	13107	13109	13205
2005	13401	13332	13407	12900	11998	11200	11099	12403	12209	12507	13613	13020
2006	13119	13201	13320	13336	13405	13534	13790	14064	14559	15607	16721	17223

Sumber : Dinas Perhubungan Propinsi Bengkulu

Lampiran 2. Data Jumlah Pengguna Transportasi Udara yang Berangkat dari Bandara Bengkulu dari bulan Januari 2002 Sampai Dengan Desember 2006

Tahun	Bulan											
	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Juni	Juli	Agst	Sept	Okt	Nov	Des
2002	2112	2146	2221	2001	2136	2301	2311	2368	2399	2296	2324	2499
2003	2456	2434	2501	2503	2564	2698	2788	4299	4599	4507	4621	5199
2004	5223	5445	5502	5245	5278	6004	7012	8141	10010	11115	11322	11342
2005	11400	11438	11439	11536	12678	12680	12789	12796	12801	12809	12811	12852
2006	12867	12903	12938	12909	13001	13056	13307	13602	13956	14200	14204	14301

Sumber : Dinas Perhubungan Propinsi Bengkulu

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Anonim, 2004. Statistik Perhubungan Propinsi Bengkulu . Bengkulu: BPS Bengkulu.
- [2]. Anonim, 2000. *Time Series Analysis*. http://www.xycoon.com/arma_II_process.htm. 17 Februari 2007. Pukul 19.48 WIB.
- [3]. Anonim, 2005. Metodologi Penelitian Analisis Time Series . Bandung: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat .
- [4]. Arsyad, L. 1995. *Peramalan Bisnis Edisi Pertama*. Yogyakarta: Fakultas Ekonomi, Universitas Gadjah Mada.
- [5]. Assauri, S. 1984. *Teknik dan Metode Peramalan Edisi Pertama Dalam Ekonomi dan Dunia Usaha*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi, Universitas Indonesia.
- [6]. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins. 1997. *Time Series Analysis : Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day.
- [7]. Cryer, J. D. 1986. *Time Series Analysis*. Boston : PWS-KENT Publishing Company.
- [8]. Lerbin, R.A. 2002. *Peramalan Bisnis*. Jakarta: Ghalia Indonesia, Jakarta.
- [9]. Manurung, A. 1989. *Ramalan Produksi Kelapa Sawit dengan Model ARIMA* Buletin Perkebunan Jember. Bull 20 (4) : 197 - 217.
- [10]. Nengsih, Y.A. 2006. *Dekomposisi Komponen-Komponen Deret Waktu untuk Peramalan Jumlah Kedatangan Tamu Asing di Indonesia* . Tugas Akhir Sarjana Matematika . Bengkulu: Universitas Bengkulu: (Tidak Dipublikasikan)
- [11]. Situngkir, H. dan Y. Sxxx. 2003. *Peramalan Jangka Pendek Deret Waktu Keuangan di Indonesia*. <http://www.bandungfe.scripsterz.org>. 6 Februari 2007. Pukul 09.32 WIB.
- [12]. Sugiarto dan Harijono. 2000. *Peramalan Bisnis*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- [13]. Ulfa, A. dan A. Yulian. 2003. *Model Alternatif Forecasting Deviden BUMN*. http://www.time-series.com/kajian_Alusin-2.htm. 13 Januari 2007. Pukul 08.58 WIB.

- [14]. Wei, S.W. 1990. *Time Series Analysis*. Departement of Statistics Temple University: Addison - Wesley Publishing Company, Inc.