

KAJIAN DUA SAMPEL INDEPENDEN DENGAN UJI MEDIAN, MANN-WHITNEY-WILCOXON, DAN KOLMOGOROV-SMIRNOV

Wahyuni Saputri¹, Sigit Nugroho², dan Fachri Faisal²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Abstrak

Statistik nonparametrik memiliki metode untuk menguji hipotesis pada dua sampel independen. Metode pengujian yang digunakan adalah uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov. Penulisan ini bertujuan untuk mengkaji penggunaan uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov dalam menganalisis hipotesis. Metode penulisan yang digunakan adalah studi literatur. Data yang digunakan adalah data yang diambil dari buku literatur. Data terdiri dari dua tipe yaitu data untuk sampel kecil dan sampel besar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketiga metode memiliki hasil pengujian hipotesis yang sama, walaupun prosedur analisis ketiganya berbeda. Hal ini menunjukkan bahwa besar sampel tidak mempengaruhi pengambilan keputusan dari ketiga metode.

Kata kunci : *Statistik Nonparametrik, Dua Sampel Independen, Uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon, Kolmogorov-Smirnov.*

Pendahuluan

Dua sampel independen merupakan sampel sampel yang saling independen. Independen yang dimaksudkan bukan hanya sampel-sampel yang akan dianalisis tetapi juga unsur-unsur penyusun sampel. Sehingga dimungkinkan keindependenan ini dilihat pada sampel yang diambil dari populasi yang sama.

Analisis yang dapat dilakukan pada dua sampel independen adalah menguji apakah dua sampel mewakili populasi yang berbeda dalam hal parameter lokasi seperti nilai tengah. Kedua, apakah dua sampel independen berasal dari distribusi yang sama.

Analisis untuk dua sampel independen pada statistik parametrik dapat menggunakan uji t atau uji F. Prosdedur uji-uji ini dapat diterapkan pada data yang berdistribusi normal. Asumsi data berdistribusi normal tidak selamanya dapat dipenuhi. Sehingga diperlukan metode alternatif yang memiliki asumsi bahwa data tidak harus berdistribusi normal. Metode ini adalah statistik nonparametrik.

Metode yang dibahas untuk dua sampel independen pada statistik nonparametrik antara lain uji Median, Uji Mann-Whitney-Wilcoxon, dan uji Kolmogorov-Smirnov. Metode lain yang dapat digunakan pada kasus ini adalah uji Eksak Fisher, uji Kilat Tukey, uji Khai-Kuadrat, uji Peringkat Moses, uji permutasi untuk dua sampel independen, dan lain-lain. Pada skala pengukuran data minimal nominal dapat digunakan uji Eksak Fisher dan uji Khai-Kuadrat dua sampel independen. Skala data pengukuran minimal ordinal menggunakan uji Median, Uji Mann-Whitney-Wilcoxon dan uji Kolmogorov-Smirnov.

Namun ketiga metode di atas memiliki asumsi dan kriteria tersendiri dalam analisis data. Sehingga penggunaannya juga disesuaikan dengan kriteria yang diisyaratkan. Hal ini membuat peneliti ingin mengetahui bagaimana penerapan uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov pada kasus yang sama.

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mempelajari prosedur uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov. Selain itu, ketiga uji tersebut akan dibandingkan untuk melihat persamaan atau perbedaan hasil yang mungkin terjadi pada suatu kasus yang sama.

Pengantar Teori Statistik Nonparametrik

Statistik inferensia mengenal dua prosedur analisis data, yaitu untuk statistik parametrik dan nonparametrik. Pemilihan prosedur pengujian hipotesis dilakukan berdasarkan data yang didapat. Data yang dapat dianalisis dengan statistik parametrik merupakan data yang memenuhi asumsi seperti, berdistribusi normal, skala pengukuran data minimal interval. Jika data yang diperoleh tidak memenuhi asumsi tersebut, maka analisis data dapat dilakukan dengan menggunakan metode lain yaitu statistik nonparametrik. Jika data yang tidak memenuhi asumsi statistik parametrik dipaksakan untuk menggunakan prosedur tersebut, maka hasil yang didapat dapat tidak valid.

Statistik nonparametrik memiliki asumsi yang lebih sederhana dari statistik parametrik. Hal ini dapat dilihat pada skala pengukuran data yang dapat analisis, skala pengukuran datanya dapat ordinal, bahkan nominal. Pada statistik nonparametrik, distribusi data tidak harus normal atau berdistribusi bebas, dalam hal pengujian hipotesis, statistik nonparametrik hanya membutuhkan spesifikasi secara garis besar dari distribusinya.

Ada beberapa kriteria umum yang harus dipenuhi jika ingin menggolongkan suatu prosedur atau metode dikatakan nonparametrik adalah

1. Metode ini digunakan untuk skala pengukuran data minimal nominal.
2. Metode ini digunakan untuk skala pengukuran data minimal ordinal.
3. Metode ini juga dapat digunakan pada skala pengukuran data interval atau rasio, dimana fungsi distribusi dari variabel acaknya tidak diketahui.

Kriteria di atas merupakan salah satu solusi untuk menetapkan analisis data yang digunakan pada statistik nonparametrik.

Sebagian besar uji-uji nonparametrik menggunakan uji peringkat dalam menganalisa data. Dalam hal ini, data asli yang didapat dari observasi diubah menjadi skor dalam rank (peringkat) dan dalam beberapa hal menggunakan bentuk tanda (sign). Dengan kata lain, sebagian besar prosedur uji nonparametrik tidak mengolah data asli dalam hal menganalisa data.

Dua Sampel Independen

Saat analisis data, terkadang ditemukan sampel-sampel independen atau tidak saling berhubungan. Sampel dikatakan independen jika memenuhi kriteria berikut : pertama unsur-unsur pada sampel pertama sama sekali tidak tergantung pada unsur-unsur sampel yang diambil berikutnya. Kedua, masing-masing unsur juga saling bebas dari setiap unsur lain dalam sampel itu. Dengan demikian, asal populasi tidak begitu mempengaruhi keindependenan sampel karena dapat saja sampel-sampel independen ini diambil dari populasi yang sama.

Penyelesaian atau penganalisaan untuk kasus seperti ini tentunya berbeda dengan sampel yang berhubungan. Pada statistik parametrik dapat dibuat analisa pada jenis sampel ini. Metode yang biasa digunakan adalah uji t untuk menguji apakah dua rata-rata populasi sama besar. Uji F untuk menguji apakah dua varians populasi sama.

Jika memiliki dua sampel yang independen, ada beberapa hal yang dapat dianalisis. Hal tersebut adalah, untuk melihat apakah dua sampel independen ini berasal dari populasi yang sama. Kedua, apakah dua sampel mewakili populasi yang berbeda dalam hal parameter lokasi seperti median. Ketiga apakah dua sampel berasal dari populasi yang memiliki sembarang perbedaan, dan apakah dua sampel independen memiliki distribusi populasi yang sama. Sehingga secara umum dapat dikatakan bahwa tujuan prosedur ini adalah untuk menduga beda atau selisih parameter tertentu pada kedua populasi dan juga untuk menguji hipotesis tentang kedua populasi.

Uji Median

Uji median merupakan suatu prosedur untuk menguji apakah dua sampel independen berbeda mediannya. Maksudnya, uji median ini memberikan kita informasi tentang mungkin atau tidaknya dua sampel independen telah ditarik dari populasi yang memiliki median yang sama. Kedua sampel acak yang diambil dapat memiliki besar sampel yang berbeda.

Asumsi-asumsi yang dibutuhkan (Conover, 1980)

- ↳ Masing-masing sampel adalah sampel acak.
- ↳ Masing-masing sampel saling independen ; X_1, X_2, \dots, X_n dan Y_1, Y_2, \dots, Y_m .
- ↳ Skala pengukuran data yang digunakan minimal ordinal.
- ↳ Variable yang diamati kontinu.

Hipotesis yang diuji

H_0 : Dua populasi memiliki median sama.

$$M_1 = M_2$$

H_1 : Dua populasi memiliki median berbeda.

$$M_1 \neq M_2 \quad M_1 < M_2 \quad M_1 > M_2$$

Langkah prosedur uji Median

- ➡ Menentukan Median Gabungan (Grand Median) dari kedua sampel.
- ➡ Menyusun data pada table kontingensi 2 x 2 berikut,

Tabel Kontingensi Uji Median

	Sampel		Jumlah
	1	2	
Di Atas Median Gabungan	O_{11}	O_{12}	n_1
Di Bawah atau sama dengan Median Gabungan	O_{21}	O_{22}	n_2
Total	C_1	C_2	N

Keterangan :

O_{11} = Banyaknya hasil pengamatan dari sampel 1 yang nilainya lebih besar dari Median gabungan.

O_{12} = Banyaknya hasil pengamatan dari sampel 2 yang nilainya lebih besar dari Median gabungan.

- O_{21} = Banyaknya hasil pengamatan dari sampel 1 yang nilainya lebih kecil dari Median gabungan.
 O_{22} = Banyaknya hasil pengamatan dari sampel 2 yang nilainya lebih kecil dari Median gabungan.
 C_1 = Jumlah pengamatan pada sampel 1
 C_2 = Jumlah pengamatan pada sampel 2
 n_1 = $O_{11} + O_{12}$
 n_2 = $O_{21} + O_{22}$

Statistik uji untuk $r \times c$ tabel kontingensi,

$$T = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

dengan $r = 2$ dan $c = 2$ menjadi,

$$\begin{aligned} T &= \frac{(O_{11} - E_{11})^2}{E_{11}} + \frac{(O_{12} - E_{12})^2}{E_{12}} + \frac{(O_{21} - E_{21})^2}{E_{21}} + \frac{(O_{22} - E_{22})^2}{E_{22}} \\ &= \frac{O_{11}^2}{E_{11}} + \frac{O_{12}^2}{E_{12}} + \frac{O_{21}^2}{E_{21}} + \frac{O_{22}^2}{E_{22}} + E_{11} + E_{12} + E_{21} + E_{22} - (2O_{11} + 2O_{12} + 2O_{21} + 2O_{22}) \\ &= \frac{O_{11}^2}{E_{11}} + \frac{O_{12}^2}{E_{12}} + \frac{O_{21}^2}{E_{21}} + \frac{O_{22}^2}{E_{22}} + E_{11} + E_{12} + E_{21} + E_{22} - 2(O_{11} + O_{12} + O_{21} + O_{22}) \end{aligned}$$

diketahui bahwa $O_{11} + O_{12} + O_{21} + O_{22} = N$,

$$T = \frac{O_{11}^2}{E_{11}} + \frac{O_{12}^2}{E_{12}} + \frac{O_{21}^2}{E_{21}} + \frac{O_{22}^2}{E_{22}} + E_{11} + E_{12} + E_{21} + E_{22} - 2N$$

subtitusikan $E_{ij} = \frac{n_i C_j}{N}$

$$\begin{aligned} T &= \frac{N O_{11}^2}{n_1 C_1} + \frac{N O_{12}^2}{n_1 C_2} + \frac{N O_{21}^2}{n_2 C_1} + \frac{N O_{22}^2}{n_2 C_2} + \frac{n_1 C_1}{N} + \frac{n_1 C_2}{N} + \frac{n_2 C_1}{N} + \frac{n_2 C_2}{N} - 2N \\ &= \frac{N O_{11}^2}{n_1 C_1} + \frac{N O_{12}^2}{n_1 C_2} + \frac{N O_{21}^2}{n_2 C_1} + \frac{N O_{22}^2}{n_2 C_2} + \frac{(n_1 + n_2)(C_1 + C_2)}{N} - 2N \end{aligned}$$

karena $n_1 + n_2 = N$ dan $C_1 + C_2 = O_{11} + O_{12} + O_{21} + O_{22} = N$,

$$\begin{aligned}
 &= \frac{NO_{11}^2}{n_1C_1} + \frac{NO_{12}^2}{n_1C_2} + \frac{NO_{21}^2}{n_2C_1} + \frac{NO_{22}^2}{n_2C_2} - N \\
 &= \frac{NO_{11}^2n_2C_2}{n_1n_2C_1C_2} + \frac{NO_{12}^2n_2C_1}{n_1n_2C_1C_2} + \frac{NO_{21}^2n_1C_2}{n_1n_2C_1C_2} + \frac{NO_{22}^2n_1C_1}{n_1n_2C_1C_2} - \frac{Nn_1n_2C_1C_2}{n_1n_2C_1C_2} \\
 &= \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{11}^2n_2C_2 + O_{12}^2n_2C_1 + O_{21}^2n_1C_2 + O_{22}^2n_1C_1 - n_1n_2C_1C_2)
 \end{aligned}$$

karena $n_1 = O_{11} + O_{12}$, $n_2 = O_{21} + O_{22}$, $C_1 = O_{11} + O_{21}$, $C_2 = O_{12} + O_{22}$ maka,

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{11}(C_1 - O_{21})n_2C_2 + O_{12}(C_2 - O_{22})n_2C_1 + O_{21}^2n_1C_2 + O_{22}^2n_1C_1 - n_1n_2C_1C_2) \\
 &= \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{11}n_2C_1C_2 - O_{11}O_{21}n_2C_2 + O_{12}n_2C_1C_2 - O_{12}O_{22}n_2C_1 + O_{21}^2n_1C_2 + O_{22}^2n_1C_1 - [(O_{11} + O_{12})n_2C_1C_2]) \\
 &= \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{11}n_2C_1C_2 - O_{11}O_{21}n_2C_2 + O_{12}n_2C_1C_2 - O_{12}O_{22}n_2C_1 + O_{21}^2n_1C_2 + O_{22}^2n_1C_1 - O_{11}n_2C_1C_2 - O_{12}n_2C_1C_2) \\
 &= \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{21}^2n_1C_2 + O_{22}^2n_1C_1 - O_{11}O_{21}n_2C_2 - O_{12}O_{22}n_2C_1) \\
 &= \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{11}^2O_{22}^2 + O_{12}^2O_{21}^2 - 2O_{11}O_{12}O_{21}O_{22})
 \end{aligned}$$

sehingga didapat,

$$T = \frac{N}{n_1n_2C_1C_2} (O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})^2 \quad (3.1)$$

Kaidah Pengambilan Keputusan

Nilai T_{hitung} dibandingkan dengan T yang terdapat di Tabel Kai-Kuadrat dengan derajat bebas 1. Jika nilai $T_{hitung} > T_{tabel}$ maka H_0 ditolak dan H_1 dapat diterima.

Uji Mann-Whitney-Wilcoxon

Uji Wilcoxon-Mann-Whitney digunakan untuk menguji hipotesis nol tentang kesamaan parameter lokasi. Selain itu, uji ini juga dapat diterapkan untuk menguji hipotesis tentang sembarang perbedaan dalam populasi antara kedua sampel.

Asumsi-asumsi yang digunakan untuk metode ini (Conover, 1980) adalah

- ◆ Masing-masing sampel adalah sampel acak
- ◆ Masing-masing sampel independen satu sama lain X_1, X_2, \dots, X_m dan Y_1, Y_2, \dots, Y_n .

- ◆ Skala pengukuran yang digunakan sekurang-kurangnya ordinal.
- ◆ Variabel yang diamati kontinu.
- ◆ Apabila terdapat perbedaan antara fungsi distribusi populasi, maka perbedaan yang dimaksud adalah perbedaan distribusi lokasi.

Hipotesis

Misalkan $E(X)$ dan $E(Y)$ masing-masing merupakan nilai harapan untuk populasi 1 dan 2, yang mewakili X dan Y .

$$H_0 : E(X) = E(Y)$$

$$H_1 : E(X) \neq E(Y)$$

Uji Mann-Whitney-Wilcoxon merupakan jumlah dari banyaknya $Y < X$ pada susunan terurut dari dua sampel independen

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_m \quad \text{dan} \quad Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$$

di dalam suatu barisan terurut $m + n = N$ yang terurut dari nilai yang terkecil sampai yang terbesar. Diasumsikan bahwa dua sampel berdistribusi kontinu.

$$D_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika } Y_j < X_i \quad \text{untuk semua } i=1,2,\dots,m \\ 0 & \text{jika } Y_j > X_i \quad \quad \quad j=1,2,\dots,n \end{cases}$$

Keterangan :

Y_j = Observasi yang berasal dari kelompok 2

X_i = Observasi yang berasal dari kelompok 1

Statistik uji Mann-Whitney-Wilcoxon

$$U = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij}$$

persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi.

$$\begin{aligned} U' &= mn - \left[R_m - \frac{m}{2}(m+1) \right] \\ &= mn + \frac{m}{2}(m+1) - R_m \end{aligned} \tag{1}$$

dan

$$\begin{aligned} U' &= mn - \left[R_n - \frac{n}{2}(n+1) \right] \\ &= mn + \frac{n}{2}(n+1) - R_n \end{aligned} \tag{2}$$

Nilai U' yang didapat dari persamaan di atas akan diperbandingkan satu sama lain. Pengambilan keputusan, nilai U' yang digunakan adalah nilai U' yang paling kecil.

Kaidah Pengambilan Keputusan

Ada beberapa kriteria yang digunakan pada pengambilan keputusan dalam uji Mann-Whitney-Wilcoxon. Kriteria itu adalah,

- Sampel yang sangat kecil.

Jika nilai m atau n yang lebih kecil atau sama 8 maka perhitungan rumus dapat dilakukan. Nilai U' yang didapat dari perhitungan akan dicari nilai p pada Tabel

Nilai U dengan menggunakan m dan n . Jika nilai $p_{hitung} > \alpha$ yang sudah ditetapkan, maka terima H_0 .

- Sampel $8 < n \leq 20$

Sampel yang berukuran sedang yang dimasukkan dalam rumus (1) dan (2) tidak dapat lagi menggunakan Tabel Nilai U , tabel yang digunakan adalah Tabel Nilai untuk $n > 8$. Tabel Nilai untuk $n > 8$ memberikan nilai kritis U untuk uji satu arah dengan taraf nyata pengujian : 0.001; 0.01; 0.025; dan 0.05. Sedangkan untuk uji dua arah, taraf nyata pengujiannya adalah 0.002; 0.02; 0.05; dan 0.1. Bila yang diperoleh dari perhitungan lebih kecil atau sama dengan U dari Tabel Nilai untuk $n > 8$, maka H_0 ditolak.

- Sampel Besar m atau $n > 20$

Ukuran sampel yang besar tidak memungkinkan lagi penggunaan Tabel Nilai untuk $n > 8$ dan Tabel Nilai U . Ukuran sampel yang besar membuat distribusi sampling U secara cepat mendekati distribusi normal dengan

$$\text{Mean} = \mu_U = \frac{mn}{2}$$

$$\text{Dengan standar deviasi} = \sigma_U = \sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}}$$

Sehingga bila m atau $n > 20$ maka penentuan signifikansi suatu harga U observasi dengan,

$$z = \frac{U' - \mu_U}{\sigma_U} = \frac{U' - \frac{mn}{2}}{\sqrt{\frac{(m)(n)(m+n+1)}{12}}} \quad (3)$$

Pada kasus sampel besar kedua nilai U' dapat digunakan dalam pengambilan keputusan. Jika nilai z dari persamaan (3) lebih besar dari z nilai kritis pada Tabel Normal maka H_0 ditolak.

Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan suatu uji yang dipakai untuk menguji hipotesis nol yang menyatakan bahwa dua sampel bebas berasal dari populasi-populasi yang identik dalam hal lokasi dan distribusi

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi (Daniels, 1989) adalah

- ◆ Masing-masing sampel independen satu sama lain X_1, X_2, \dots, X_n dan Y_1, Y_2, \dots, Y_m .
- ◆ Skala pengukuran yang digunakan sekurang-kurangnya ordinal.

Hipotesis

a. Hipotesis Dua arah

Misalkan $F(x)$ dan $G(x)$ masing-masing merupakan fungsi distribusi untuk populasi 1 dan 2, yang mewakili X dan Y .

- | | |
|-------------------------------|--|
| $H_0 : F(x) = G(x)$ | untuk semua x |
| $H_1 : F(x) \neq G(x)$ | untuk paling sedikit satu nilai x |
| b. Hipotesis Satu arah | |
| $H_0 : F(x) \leq G(x)$ | untuk semua x |
| $H_1 : F(x) > G(x)$ | untuk paling sedikit satu nilai x atau sebaliknya. |

$Sn_1(X)$ adalah nilai pengamatan kumulatif salah satu sampel yang besarnya adalah $Sn_1(X) = k/n_1$. Dimana k adalah jumlah yang sama atau lebih kecil daripada X , sedangkan n_1 merupakan jumlah observasi di sampel 1. $Sn_2(X)$ merupakan nilai pengamatan kumulatif dari sampel lain, yang besarnya $Sn_2(X) = k/n_2$, dimana n_2 adalah jumlah observasi pada sampel 2. Sehingga uji Kolmogorov-Smirnov untuk dua sampel adalah

Uji satu arah

$$D = \text{maksimum} [Sn_1(X) - Sn_2(X)] \quad (4)$$

Uji dua arah

$$D = \text{maksimum} |Sn_1(X) - Sn_2(X)| \quad (5)$$

Kaidah Pengambilan Keputusan

Ada beberapa kriteria yang digunakan pada pengambilan keputusan dalam uji Kolmogorov-Smirnov. Kriteria itu adalah,

- Sampel kecil (n_1 dan $n_2 < 40$)
 - Sampel $n_1 = n_2$
 Apabila sampel yang diambil berukuran kecil, n_1 dan $n_2 \leq 40$, dimana $n_1 = n_2$. Tabel Nilai D untuk Sampel sama dapat digunakan untuk menguji H_0 . Pada tabel ini terdapat nilai D_{tabel} . Jika $D_{hitung} > D_{tabel}$ maka H_0 ditolak. Selain itu terdapat juga nilai N ($N = n_1 = n_2$). Perlu juga diperhatikan uji satu arah atau uji dua arah yang dipergunakan untuk menentukan signifikansinya.
 - Sampel $n_1 < n_2$
 Sedangkan untuk $n_1 < n_2$ maka tabel yang digunakan adalah Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama. Jika $D_{hitung} > D_{tabel}$ maka H_0 ditolak, pada nilai signifikansi tertentu.
- Sampel Besar (n_1 dan $n_2 > 40$)
 - Sampel $n_1 = n_2$
 Jumlah sampel yang besar ($N = n_1 = n_2 > 40$) menyebabkan terjadi perubahan rumus yang digunakan untuk mencari D_{tabel} . Tabel yang digunakan tetap L Tabel Nilai D untuk Sampel sama, namun nilai D didapat dengan menggunakan rumus yang terdapat di Tabel Nilai D untuk Sampel sama, sesuai dengan α yang ditentukan. Jika $D_{hitung} > D_{tabel}$ maka H_0 ditolak.
 - Sampel $n_1 \neq n_2$

Apabila n_1 dan n_2 keduanya lebih besar dari 40, maka tabel yang dipergunakan adalah Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama. Pada Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama tidak diperlukan nilai N. Penggunaan Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama adalah menentukan nilai D pengamatan berdasarkan rumus (3.10.a) atau (3.10.b). Lalu bandingkan nilai pengamatan ini dengan nilai dari Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama. Tolak H_0 pada taraf yang ditentukan menurut kejadian. Pada Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama terdapat berbagai nilai kritis yang diberikan 0.1, 0.05, 0.025, 0.01, 0.005, 0.001. Nilai kritis ini ditentukan terlebih dahulu. Misalkan nilai kritis yang ditentukan adalah 0.05, maka pada Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama dicari nilai kritis 0.05 lalu lihat rumus yang sepadan untuk menentukan nilai D pengamatan. Nilai D yang telah dihitung dengan Tabel Nilai D untuk Sampel Tidak Sama dibandingkan dengan nilai kritis 0.05 yang sudah ditetapkan. H_0 ditolak jika nilai $D_{hitung} > D_{tabel}$.

Studi Kasus

Suatu penelitian dilakukan pada beberapa bank. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tentang ada tidaknya perbedaan kualitas manajemen antara Bank-Bank yang dianggap favorit oleh masyarakat dan Bank yang tidak favorit. Penelitian ini menggunakan sampel 12 Bank yang dianggap tidak favorit (Kelompok A) dan 15 Bank yang dianggap favorit (Kelompok B). Selanjutnya kedua kelompok Bank tersebut diukur kualitas manajemennya dengan menggunakan instrumen khusus yang terdiri dari butir-butir pertanyaan. Skor penilaian yang diberikan tertinggi 40 dan terendah 0 ($\alpha = 0,05$). (Ritongga, 1987)

Data .

Kelompok A	
16	15
18	10
10	12
12	15
16	16
14	11

Kelompok B		
19	27	25
19	23	27
21	27	23
25	19	19
26	19	29

Rumusan Masalah.

Adakah perbedaan kualitas manajemen yang signifikan antara Bank yang favorit dan tidak favorit.

Hipotesis

H_0 : Tidak terdapat perbedaan kualitas manajemen yang signifikan antara bank yang favorit dan tidak favorit.

H_1 : Terdapat perbedaan kualitas manajemen yang signifikan antara bank yang favorit dan tidak favorit.

Penyelesaian kasus di atas akan menggunakan Uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov.

Analisis Kasus I

Kasus yang telah disebutkan di atas akan dianalisis dengan tiga metode, yaitu Uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov. Hasil dari ketiga metode tersebut akan dilihat persamaan atau perbedaan dalam pengujian hipotesis.

Analisis dengan Uji Median

Untuk menganalisis kasus dua sampel independen tentang uji kualitas manajemen bank di atas, dapat dilakukan dengan Uji Median. Langkah-langkah yang dilakukan adalah,

Langkah 1. Dua sampel yang telah diambil, gabungkan menjadi satu kelompok dan dicari median gabungannya.

Kelompok Gabungan :

10 10 11 12 12 14 15 15 16 16 16 18 19 19 19 19 21 23 23 25 25 26 27 27 27 29

Median dari kelompok gabungan adalah 19.

Langkah 2. Kelompokkan data dari kedua kelompok kedalam tabel kontingensi 2 x 2 berikut ini,

Tabel Kontingensi Uji Median

Kategori	Sampel		Jumlah
	A	B	
Sampel di atas 19	0	11	11
Sampel di Bawah atau sama dengan 19	11	5	16
Total	11	16	27

Langkah 3. Gunakan uji statistik untuk median (rumus 3.2)

$$T = \frac{27 [(11 \times 11) - (0 \times 5)]^2}{(11 \times 16) \cdot (11 \times 16)}$$

$$= 12.76$$

Langkah 4. Dari perhitungan didapat T_{hitung} adalah 12,76. Berdasarkan Lampiran 1 untuk $dk=1$ dan $\alpha = 0,05$; nilai T_{tabel} adalah 3,814. Karena $T_{hitung} > T_{tabel}$ maka berdasarkan kaidah pengambilan keputusan uji median, maka H_0 tidak dapat diterima atau dengan kata lain H_1 diterima.

Kesimpulan. Terdapat perbedaan yang signifikan antara kualitas manajemen antara Bank yang favorit dan tidak favorit. Bank favorit memiliki kualitas manajemen yang lebih baik dibandingkan dengan Bank tidak favorit.

Analisis dengan Uji Mann-Whitney-Wilcoxon

Setelah melakukan analisis dengan menggunakan uji Median, sekarang analisis dilakukan dengan menggunakan uji Mann-Whitney-Wilcoxon. Langkah-langkah yang dilakukan dalam uji Mann-Whitney-Wilcoxon adalah,

Langkah 1. Data dari kedua kelompok digabungkan membentuk kelompok baru. Lalu beri peringkat. Jika terdapat nilai yang sama, maka peringkat yang diberikan adalah peringkat rata-rata.

Tabel Peringkat Kelompok A dan B

Kelompok A (Nilai Kualitas)	Peringkat Gabungan	Kelompok B (Nilai Kualitas)	Peringkat Gabungan
16	10	19	15
18	12	19	15
10	1.5	21	18
12	4.5	25	21.5
16	10	26	23
14	6	27	25
15	7.5	23	19.5
10	1.5	27	25
12	4.5	19	15
15	7.5	19	15
16	10	25	21.5
11	3	27	25
		23	19.5
		19	15
		29	27
	$R_m = 78$		$R_n = 300$

Langkah 2. Masukkan Nilai R_n dan R_m pada rumus (3.7.a) dan (3.7.b) dengan $n = 15$ dan $m = 12$.

$$\begin{aligned}
 U' &= 15 \cdot 12 - \left[300 - \frac{15}{2} (15 + 1) \right] \\
 &= 180 + (15 \cdot 8) - 300 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U' &= 15 \cdot 12 - \left[78 - \frac{12}{2} (12 + 1) \right] \\
 &= 180 + 6 \cdot 13 - 78 \\
 &= 180
 \end{aligned}$$

Langkah 3. Dari kedua nilai U' yang didapat, dipilih nilai U' yang paling kecil untuk dibandingkan dengan U_{tabel} . Jadi nilai U'_{hitung} yang dipilih adalah 0. sedangkan nilai U_{tabel} untuk $\alpha = 0.05$ untuk uji dua sisi dan $m = 12$; $n = 15$ adalah 49. Karena $U'_{hitung} < U_{tabel}$ maka H_0 tidak dapat diterima.

Kesimpulan. Dari hasil menunjukkan bahwa H_0 ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan kualitas manajemen antara Bank yang favorit dan tidak favorit.

Analisis dengan Uji Kolmogorov-Smirnov

Analisis terakhir yang digunakan untuk menganalisis kasus 1 adalah uji Kolmogorov-Smirnov. Langkah-langkah yang dilakukan adalah,

Langkah 1. Data kelompok A dan B dibuat dalam bentuk tabel frekuensi kumulatif.

$$R = \text{nilai tertinggi-nilai terendah} \\ = 29 - 10 = 19$$

$$K = 1 + 3.322 \log N \quad \text{dimana } N = m+n \\ = 1 + 3.322 (\log 27) \\ = 5,75 \text{ dibulatkan menjadi } 5$$

$$\text{Panjang kelas } I = \frac{R}{K} = \frac{19}{5} = 3,8 \text{ sehingga panjang kelas } 4$$

Tabel Nilai Kumulatif

	Kualitas manajemen				
	10-13	14-17	18-21	22-25	26-29
Kelompok A	5	11	12	0	0
Kelompok B	0	0	6	10	15

Tabel $Sn_1(X) - Sn_2(X)$

	Kualitas Manajemen				
	10-13	14-17	18-21	22-25	26-29
$Sn_1(X)$	5/12	11/12	12/12	12/12	12/12
$Sn_2(X)$	0	0	6/15	10/15	15/15
$Sn_1(X) - Sn_2(X)$	25/60	55/60	36/60	20/60	0

Langkah 2. Dicari nilai D dengan menggunakan rumus (3.10.b) karena uji yang dipakai adalah uji dua arah dengan $\alpha = 0.05$

$$D = \text{maksimum} |Sn_1(X) - Sn_2(X)|$$

$$D = 55/60$$

dengan demikian, $D = 0,92$.

Langkah 3. Dari Lampiran 6 didapat nilai D dengan $n_1 = 12$, $n_2 = 15$ dan $\alpha = 0.05$ (Uji dua arah) adalah $\frac{1}{2}$ atau 0,5.

Kesimpulan. Karena nilai $D_{hitung} > D_{tabel}$ maka H_0 tidak dapat diterima.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan kualitas manajemen antara Bank yang favorit dan tidak favorit.

Kesimpulan Kasus

Kasus I telah dianalisis dengan menggunakan ketiga metode seperti di atas. Hasil dari ketiganya menunjukkan bahwa, uji Median menyimpulkan bahwa H_0 ditolak. Begitu juga dengan dua uji lainnya, uji Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov, menunjukkan hasil pengujian hipotesis sama yaitu penolakan terhadap H_0 . Dengan demikian dapat dikatakan bahwa ketiga metode analisis (Uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon, dan Kolmogorov-Smirnov) memiliki hasil atau kesimpulan yang sama yaitu menolak H_0 pada kasus dengan sampel berukuran sedang.

Kesimpulan

Analisis dua sampel independen nonparametrik dapat menggunakan uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov. Uji Median, Mann-Whitney dan

Kolmogorov-Smirnov memiliki hasil pengujian hipotesis yang sama pada sampel sedang.

Besarnya sampel tidak mempengaruhi pengambilan hipotesis yang dihasilkan oleh ketiga metode analisis dua sampel independen (Uji Median, Mann-Whitney-Wilcoxon dan Kolmogorov-Smirnov), walaupun prosedur uji dari ketiga metode berbeda.

Daftar Pustaka

- [1] Chase, C.I. 1987. *Elementary Statistical Procedures*. Third Edition. McGraw-Hill. New York
- [2] Conover, W.J. 1980. *Practical Nonparametric Statistics*. Second Edition. Jhon Wiley and Sons. New York.
- [3] Daniels, W.W. 1989. *Statistika Nonparametric Terapan*. Edisi Terjemahan Gramedia. Jakarta.
- [4] Elifson, K.W, and R. Runyon. 1990. *Fundamental of Social Statistics*. Second Edition. McGraw-Hill International Edition. Singapore.
- [5] Gibbon, J.D. 1985. *Nonparametric Statistical Inference*. Marcel Dekker. New York, NY.
- [6] Kanji, G.K. 1999. *100 Statistical Test*. New Edition. Sage Publication. London.
- [7] Randles, R.H, and D.A. Wolfe. 1979. *Introduction to The Theory of Nonparametric Statsitics*. Jhon Wiley and Sons. New York.
- [8] Ritonga, A. 1987. *Statistik Terapan Untuk Penelitian*. Universitas Indonesia. Jakarta.
- [9] Siegel, S. 1997. *Nonparametric Statistics for Behavioral Sciences*. McGraw-Hill. New York.
- [10] Sprent, P. 1991. *Metode Statistik Nonparametrik Terapan*. Edisi Terjemahan Universitas Indonesia. Jakarta.
- [11] Walpole, R.E dan R. H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Edisi keempat. ITB. Bandung
- [12] Wampold, B.E, and C.J. Drew. 1990. *Theory and Application of Statistics*. McGraw-Hill International Edition. Singapore.