Uji Perlakuan Pengaruh Tetap Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Seimbang

Dyah Setyorini[1], Sigit Nugroho[2] dan Fachri Faisal[2]

[1]Alumni Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Bengkulu

[2]Dosen Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Bengkulu

ABSTRACT

This research aims to study parametric and nonparametric methods for fixed treatment effect tests of Randomized Complete Block Design (RCBD) and Balanced Incomplete Block Design (BIBD), and to compare both methods. Literature study is used in this paper. Two way ANOVA *F*-test is a parametric method for RCBD and BIBD. As an alternative of parametric method, for RCBD, Friedman test is used. While in BIBD case, Durbin test is used. Simulation study is used to compare both methods by generating data from Normal, Gamma, Chi-Square, and Uniform Distributions. The result indicates that parametric method is better than nonparametric method for the data having Normal distribution with homogeneous of variance, otherwise, nonparametric method is better than parametric method for the data having non-Normal distribution.

Keywords: F-Test, Friedman Test, Durbin Test

1. PENDAHULUAN

Dalam merancang suatu penelitian, peneliti sering melakukan kontrol terhadap pengaruh-pengaruh tertentu seperti perlakuan, populasi atau kombinasi perlakuan pada satuan percobaan. Oleh karena itu, diperlukan suatu rancangan percobaan yang berperan penting dalam proses pengembangan dan proses menyelesaikan kesulitan guna meningkatkan penelitian.

Untuk meningkatkan ketelitian penelitian, peneliti sering menggunakan salah satu prinsip utama dalam rancangan percobaan yaitu pemblokkan (pengelompokkan). Dalam melakukan pemblokkan, informasi yang tersedia pada satuan percobaan yang memberikan pengaruh homogen pada peubah respon merupakan ketentuan-ketentuan yang berarti (Lentner & Bishop, 1986).

Pada rancangan yang dikelompokkan (*block design*), satuan percobaan yang heterogen dibagi dalam blok-blok yang homogen, kemudian pengacakan perlakuan dilakukan secara terpisah pada satuan percobaan untuk masing-masing blok. Rancangan ini dapat menambah ketelitian pada inferensia tentang pengaruh perlakuan dan disebut juga Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (Kutner *et al*., 2005).

Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) dianalisa dengan metode parametrik, yaitu ANAVA dua arah yang digunakan untuk menguji hipotesis nol bahwa tidak ada perlakuan yang berbeda. Sedangkan untuk metode nonparametrik, digunakan uji Friedman yang bergantung pada peringkat pengamatan masing-masing blok dalam RAKLD (Conover, 1971).

Pada RAKLD, jika blok berisi kurang dari t satuan percobaan maka ada perlakuan yang tidak dapat diaplikasikan dalam blok, sehingga t satuan percobaan yang homogen sulit diperoleh. Pada kasus seperti ini, rancangan yang digunakan adalah Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap (Lentner & Bishop, 1986).

Suatu rancangan percobaan yang efektif dalam rancangan acak kelompok tak lengkap adalah Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Seimbang (RAKTLS) dimana seluruh kombinasi perlakuan memiliki jumlah ulangan yang sama. RAKTLS dianalisa dengan metode parametrik yang juga digunakan untuk menguji hipotesis nol bahwa tidak ada perlakuan yang berbeda. Sedangkan metode nonparametriknya merupakan suatu uji peringkat pada RAKTLS disebut uji Durbin yang digunakan jika tidak ditemukan asumsi kenormalan pada RAKTLS (Conover, 1971).

Dalam melakukan inferensia pada RAKLD dan RAKTLS terdapat dua kondisi yang berbeda tentang pengaruh perlakuan. Pertama, jika t perlakuan dipilih oleh peneliti secara khusus, akan dilakukan inferensia tentang pengaruh perlakuan. Kesimpulan yang diperoleh dari inferensia tersebut hanya akan diaplikasikan pada t perlakuan dan tidak untuk pengaruh perlakuan yang sama lainnya. Hal ini disebut dengan uji perlakuan pengaruh tetap. Kedua, perlakuan dapat berupa sampel acak dari populasi perlakuan yang besar. Berdasarkan sampel acak tersebut akan dilakukan inferensia tentang pengaruh perlakuan. Kesimpulan yang diperoleh dari inferensia tersebut akan berlaku umum pada populasi. Hal ini disebut dengan uji perlakuan pengaruh acak (Montgomery, 1976).

Melalui studi literatur, penelitian ini akan membahas tentang kajian uji-F sebagai metode parametrik, kajian uji Friedman sebagai metode nonparamatrik untuk RAKLD, kajian uji Durbin sebagai metode nonparametrik untuk RAKTLS, serta kajian perbandingan antara metode parametrik dan nonparametrik untuk kedua rancangan tersebut.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Rancangan acak kelompok lengkap dasar merupakan rancangan lapangan dimana pada tiap blok (kelompok) satuan percobaan terdapat keragaman (kondisi yang membuat berbeda) yang berpengaruh pada peubah respon (Lentner & Bishop, 1986).

Pada rancangan acak kelompok lengkap dasar, setiap blok sedapat mungkin terdiri dari satuan percobaan yang homogen dan seluruh kombinasi perlakuan diberikan pada satuan percobaan secara acak untuk setiap blok. Semua perlakuan hanya ada satu kali pada setiap blok. Akibatnya, percobaan yang dilakukan secara terpisah untuk setiap blok dapat mengurangi galat percobaan dan meningkatkan ketelitian pada inferensia tentang pengaruh perlakuan (Kutner *et al*., 2005).

Rancangan acak kelompok lengkap dasar biasanya digunakan dalam kondisi ketika satuan percobaan yang dihasilkan dalam percobaan bersifat heterogen sehingga harus dilakukan pemblokkan.

2.1.1 Kelebihan dan Kelemahan dari RAKLD

Menurut Lentner dan Bishop (1986), kelebihan dari rancangan acak kelompok lengkap dasar adalah sebagai berikut:

a. Analisa bersifat *straightforward*. Meskipun ada data hilang pada beberapa blok, analisa masih mungkin dilakukan.
b. Rancangan acak kelompok lengkap lebih akurat daripada rancangan acak lengkap.
c. Sensitifitas yang tinggi. Perubahan pada blok yang heterogen dikeluarkan dari galat.
d. Fleksibel. Pada kondisi rancangan yang seimbang dan tersedianya sumber, banyaknya perlakuan dan blok tidak dibatasi.

Sedangkan kelemahan dari rancangan acak kelompok lengkap adalah:

a. Jika banyaknya perlakuan besar, blok yang homogen sulit untuk dibentuk.
b. Jika pengaruh blok dan perlakuan berinteraksi, RAKLD tidak dapat digunakan.

2.1.2 Model Linier dan Asumsi

Model linier untuk rancangan acak kelompok lengkap dasar yang terdiri dari t perlakuan dan r blok adalah sebagai berikut (Montgomery, 1976):

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, ..., t \qquad j = 1, 2, ..., r \tag{1}$$

dimana:

Y_{ij} = pengamatan pada perlakuan ke-i dalam blok ke-j
μ = rataan umum
τ_i = pengaruh perlakuan ke-i
β_j = pengaruh blok ke-j
ε_{ij} = komponen galat

Agar inferensia valid, asumsi-asumsi untuk model pengaruh tetap adalah:

a. ε_{ij} menyebar secara bebas dan identik menurut sebaran $N\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$ untuk setiap i, j.
b. $\sum_i \tau_i = 0$ dan $\sum_j \beta_j = 0$

2.1.3 Analisa Varian untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Tabel 1. ANAVA untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	NHKT
Blok	r - 1	*JKB*	*KTB*	-
Perlakuan	t - 1	*JKP*	*KTP*	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_\tau^2$
Galat	(r -1)(t - 1)	*JKG*	*KTG*	σ_ε^2
Total	rt - 1	*JKT*		

Sumber: Lentner & Bishop, 1986

Untuk pengujian perlakuan dengan pengaruh tetap pada taraf α digunakan statistik uji:

$$F = \frac{KTP}{KTG} \tag{2}$$

Nilai F yang akan diperoleh dibandingkan dengan nilai F tabel dengan derajat bebas $(t-1)$ dan $(r-1)(t-1)$.

Menurut Lentner dan Bishop (1986), pendefinisian secara umum dan formula perhitungan untuk masing-masing jumlah kuadrat adalah sebagai berikut:

$$FK = \text{faktor koreksi} = \frac{Y..^2}{rt} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}\right)^2}{rt} \tag{3}$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \overline{Y}..\right)^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^2 - FK \tag{4}$$

$$JKB = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}..\right)^2 = \frac{1}{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{.j}^2 - FK \tag{5}$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..\right)^2 = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{t} Y_{i.}^2 - FK \tag{6}$$

$$JKG = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{i.} + \overline{Y}..\right)^2 = JKT - JKB - JKP \quad (7)$$

2.2 Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Seimbang (RAKTLS)

Menurut Yates *dalam* Kempthorne (1952), rancangan acak kelompok tak lengkap seimbang merupakan suatu rancangan acak kelompok tak lengkap dimana setiap pasangan perlakuan yang mungkin muncul dengan jumlah pemunculan yang sama, masing-masing blok berisi satuan-satuan percobaan dengan banyak yang sama serta setiap perlakuan muncul dengan jumlah pemunculan yang sama.

Pada rancangan acak kelompok tak lengkap seimbang, terdapat lima notasi yang akan digunakan antara lain (Conover, 1971):

$t =$ banyaknya perlakuan.

$k =$ banyaknya satuan percobaan per blok ($k < t$).

$r =$ banyaknya pemunculan masing - masing perlakuan ($r < b$).

$b =$ banyaknya blok.

$\lambda =$ banyaknya pasangan perlakuan yang muncul bersama dalam suatu blok.

Menurut Federer (1955), untuk t perlakuan dalam b blok yang tak lengkap, ada k satuan percobaan dengan masing-masing r pemunculan perlakuan, kondisi seimbang dipenuhi jika setiap pasangan perlakuan muncul λ kali secara bersamaan dalam suatu blok tak lengkap dapat dituliskan dalam persamaan berikut:

$$rt = bk \quad (8)$$

$$\lambda(t-1) = r(k-1) \quad (9)$$

Persamaan (8) menyatakan banyaknya pemunculan dari semua perlakuan dalam suatu percobaan sama dengan banyaknya satuan percobaan.

2.2.1 Kelebihan dan Kelemahan dari RAKTLS

Menurut Kutner *et al*., (2005), kelebihan dari rancangan kelompok tak lengkap seimbang adalah sebagai berikut:

a. Peneliti dimungkinkan melakukan percobaan dengan ukuran blok untuk satuan percobaan yang tersedia lebih kecil dari banyaknya perlakuan. Hal itu akan sangat membantu jika angka banyaknya perlakuan besar.
b. Penaksiran kesamaan pengaruh perlakuan relatif sederhana.
c. Adanya keseimbangan dalam rancangan memperbolehkan penggunaan prosedur Scheffe dan Tukey untuk analisa pengaruh perlakuan.

Sedangkan kelemahan dari rancangan kelompok tak lengkap seimbang adalah:

a. Rancangan acak kelompok tak lengkap seimbang hanya dapat digunakan untuk nilai-nilai tertentu dari banyaknya kombinasi perlakuan, ukuran blok, dan banyaknya blok.
b. Asumsi bahwa tidak ada interaksi antara blok dan perlakuan dibatasi.

2.2.2 Model Linier dan Asumsi

Menurut Lentner dan Bishop (1986), model linier untuk rancangan acak kelompok tak lengkap seimbang adalah:

$$Y_{ijg} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ijg};\ i = 1, 2, ..., t \quad j = 1, 2, ..., b \quad g = n_{ij} \quad (10)$$

dimana:

Y_{ijg} = pengamatan pada perlakuan ke - i dalam blok ke - j untuk g pemunculan

μ = rataan umum

τ_i = pengaruh perlakuan ke - i

β_j = pengaruh blok ke - j

ε_{ijg} = komponen galat

$$n_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika perlakuan ke - } i \text{ muncul pada blok ke - } j \\ 0 & \text{jika perlakuan ke - } i \text{ tidak muncul pada blok ke - } j \end{cases}$$

Asumsi-asumsi yang digunakan untuk pengujian perlakuan pengaruh tetap adalah:

a. ε_{ijg} menyebar secara bebas dan identik menurut sebaran $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk setiap i, j.

b. $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$

c. $\sum_{j=1}^{r} \beta_j = 0$

2.2.3 Analisa Varian untuk Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Seimbang

Tabel 2. ANAVA untuk Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Seimbang

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	NHKT
Perlakuan (Tak Terkoreksi)	$t-1$	JKP_{TK}	-	-
Blok (Tak Terkoreksi)	b - 1	JKB_{TK}	-	-
Perlakuan (Terkoreksi)	$t-1$	JKP_K	KTP_K	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_\tau^2$
Blok (Terkoreksi)	b - 1	JKB_K	KTB_K	$\sigma_\varepsilon^2 + \left(\frac{bk-t}{b-1}\right)\sigma_\beta^2$
Galat Intrablok	$bk-t-b+1$	JKG_{intra}	KTG_{intra}	σ_ε^2
Total	bk - 1	JK_{total}		

Sumber: Sharma, 2008

dimana:

$$JKP_{TK} = \sum_{i=1}^{t} \frac{Y_{i.}^2}{r} - FK \tag{11}$$

$$JKB_{TK} = \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j}^2}{k} - FK \tag{12}$$

$$JK_{total} = \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{t} Y_{ijg}^2 - FK \tag{13}$$

$$JKP_K = \sum_{i=1}^{t} \hat{\tau}_i Q_i \tag{14}$$

$$JKB_K = JKB_{TK} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} B_i^2 - \frac{k^2 Y_{..}}{t}\right)}{k(r-\lambda)} + \frac{\sum_{i=1}^{t} W_i^2}{rt(t-k)(k-1)} \tag{15}$$

$$JKG_{intra} = JK_{total} - JKB_{TK} - JKP_K \tag{16}$$

$$Q_i = Y_{i.} - \frac{B_i}{k} \tag{17}$$

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{b} Y_{ijg} \tag{18}$$

$$FK = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{b} Y_{ijg}\right)}{bk} \tag{19}$$

$$\hat{\tau}_i = \frac{kQ_i}{\lambda t} \tag{20}$$

$$W_i = (t-k)Y_{i.} - (t-1)B_i + (k-1)Y_{..} \tag{21}$$

dengan:

$Y_{i.}$ = jumlah perlakuan ke-*i*
$Y_{.j}$ = jumlah blok ke-*j*
$Y_{..}$ = jumlah seluruh pengamatan
B_i = jumlah semua blok dimana perlakuan ke-*i* muncul
FK = faktor koreksi
$\hat{\tau}_i$ = pengaruh perlakuan ke-*i*
Q_i = jumlah perlakuan terkoreksi ke-*i*

Untuk pengujian perlakuan pada taraf α, jika informasi interblok tidak diperoleh, statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$F = \frac{KTP_K}{KTG_{intra}} \tag{22}$$

Nilai F yang akan diperoleh dibandingkan dengan nilai F tabel dengan derajat bebas $(t-1)$ dan $(bk-t-b+1)$.

2.3 Uji Friedman

Uji Friedman merupakan metode nonparametrik yang digunakan untuk melakukan analisa varian dua arah (*two way analysis of variance*) pada rancangan acak kelompok lengkap dasar. Uji Friedman mensyaratkan tidak ada ulangan (*replication*) bagi perlakuan yang diberikan kepada satuan-satuan percobaan. Maksudnya, hanya ada tepat 1 (satu) pengamatan untuk setiap perlakuan di dalam setiap blok.

Sedangkan hipotesis yang diuji adalah sebagai berikut (Parsad, 2008):

H_0 : setiap perlakuan mempunyai pengaruh yang sama.
H_1 : sedikitnya ada sepasang perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak sama.

Menurut Conover (1971), langkah-langkah dalam menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

1. Data pengamatan pada setiap blok diperingkatkan dari yang terkecil sampai terbesar (peringkat 1 untuk data pengamatan yang terkecil, peringkat 2 untuk data pengamatan terkecil kedua, dan seterusnya).

2. Peringkat-peringkat pada setiap blok dijumlahkan yang dinotasikan sebagai berikut:

$$R_i = \sum_{j=1}^{r} R(Y_{ij}) \tag{23}$$

dimana:
R_i = jumlah peringkat pada perlakuan ke-i
$R(Y_{ij})$ = peringkat Y_{ij} dalam blok ke-j

3. Statistik uji dihitung dengan menggunakan rumus:

$$T = \frac{12}{rt(t+1)} \sum_{i=1}^{t} \left[R_i - \frac{r(t+1)}{2} \right]^2 \tag{24}$$

Hipotesis nol ditolak pada taraf α, jika statistik uji Friedman $T > \chi^2_{(t-1)}$.

2.4 Uji Durbin

Pada tahun 1951, Durbin memperkenalkan suatu metode nonparametrik berdasarkan peringkat yang digunakan untuk menguji hipotesis nol bahwa tidak ada perbedaan antara perlakuan pada rancangan acak kelompok tak lengkap seimbang.

Pengujian hipotesis nol tentang tidak ada perbedaan antara perlakuan dalam rancangan acak kelompok tak lengkap seimbang menggunakan metode parametrik dapat dilakukan apabila memenuhi asumsi-asumsi tertentu yang telah ditetapkan. Pada saat asumsi-asumsi tersebut tidak dipenuhi, maka digunakanlah uji Durbin. Sedangkan hipotesis yang diuji adalah sebagai berikut (Parsad, 2008):

H_0 : setiap perlakuan mempunyai pengaruh yang sama.
H_1 : sedikitnya ada sepasang perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak sama.

Menurut Conover (1971), langkah-langkah dalam menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

1. Data pengamatan pada setiap blok diperingkatkan dari yang terkecil sampai terbesar (peringkat 1 untuk data pengamatan yang terkecil, peringkat 2 untuk data pengamatan terkecil kedua, dan seterusnya sampai peringkat ke-k untuk data yang memiliki nilai terbesar).
2. Peringkat-peringkat pada setiap blok dijumlahkan yang dinotasikan sebagai berikut:

$$R_i = \sum_{j=1}^{b} R(Y_{ij}) \tag{25}$$

dimana:
R_i = jumlah peringkat pada perlakuan ke-i
$R(Y_{ij})$ = peringkat Y_{ij} dalam blok ke-j

3. Statistik uji dihitung dengan menggunakan rumus:

$$T = \frac{12(t-1)}{rt(k-1)(k+1)} \sum_{i=1}^{t} \left[R_i - \frac{r(k+1)}{2} \right]^2 \tag{26}$$

Hipotesis nol ditolak pada taraf α, jika statistik uji Durbin $T > \chi^2_{(t-1)}$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Metode Parametrik untuk Uji Perlakuan Pengaruh Tetap pada RAKLD

Model linier dari RAKLD dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, antara lain sebagai berikut (Christensen, 1987):

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{e} \tag{27}$$

dimana:

$\mathbf{Y} = [Y_{11}, Y_{12}, ..., Y_{tr}]'$

$\mathbf{X} =$ matriks rancangan

$\beta = [\mu, \tau_1, \tau_2, ..., \tau_t, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_r]'$

$\mathbf{e} = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, ..., \varepsilon_{tr}]'$

Dalam mengestimasi persamaan (27), diperlukan operator proyeksi perpendikular pada **C**(**X**), yaitu $\mathbf{M} = \mathbf{X}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-}\mathbf{X}$. **C**(**X**) merupakan ruang vektor estimasi dan $\mathbf{C}(\mathbf{X})^{\perp}$ merupakan ruang vektor galat, dimana $\mathbf{I} - \mathbf{M}$ operator proyeksi perpendikular pada $\mathbf{C}(\mathbf{X})^{\perp}$ (Christensen, 1987), sehingga persamaan (27) dapat dituliskan juga sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{MY} + (\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} \tag{28}$$

dimana:

$\mathbf{MY} = \mathbf{X}\beta$

$(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} = \mathbf{e}$

Berdasarkan persamaan (28), diperoleh jumlah kuadrat total adalah sebagai berikut:

$$(\mathbf{MY})'(\mathbf{MY}) = \mathbf{Y}'\mathbf{M}'\mathbf{MY} \tag{29}$$

Karena **M** merupakan matriks proyeksi perpendikular, maka:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}'\mathbf{M}'\mathbf{MY} &= \mathbf{Y}'\mathbf{MMY} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{MY} \end{aligned} \tag{30}$$

dan jumlah kuadrat galat adalah sebagai berikut:

$$((\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y})'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} = \mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} \tag{31}$$

Karena $\mathbf{I} - \mathbf{M}$ merupakan matriks proyeksi perpendikular, maka:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} &= \mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} \\ &= \mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} \end{aligned} \tag{32}$$

Menurut Christensen (1987), suatu hal yang penting dalam analisa statistik adalah memisahkan jumlah kuadrat total $(\mathbf{Y}'\mathbf{MY})$. Misalkan $\mathbf{J} = [1,1,...,1]'$ merupakan kolom pertama dari **X**. $\mathbf{X_0}$ merupakan matriks yang entri-entrinya merupakan entri-entri dari empat kolom pertama dari matriks **X**, serta **M** dan $\mathbf{M_0}$ merupakan matriks yang bersesuaian dengan **X** dan $\mathbf{X_0}$. Maka jumlah kuadrat total dapat dipisahkan menjadi tiga bagian sebagai berikut:

$$\mathbf{Y}'\mathbf{MY} = \mathbf{Y}'\frac{1}{n}\mathbf{JJ}'\mathbf{Y} + \mathbf{Y}'(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})\mathbf{Y} + \mathbf{Y}'\left(\mathbf{M_0} - \frac{1}{n}\mathbf{JJ}'\right)\mathbf{Y} \tag{33}$$

Dimana $\frac{1}{n}\mathbf{JJ}', \mathbf{M} - \mathbf{M_0}, \mathbf{M_0} - \frac{1}{n}\mathbf{JJ}'$ merupakan matriks proyeksi perpendikular.

Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD), metode parametrik yang digunakan adalah ANAVA dua arah. Pengujian tentang perlakuan pengaruh tetap bahwa tidak ada perlakuan yang berbeda dapat dinyatakan dengan:

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_t$

H_1 : sedikitnya ada sepasang $\tau_i \neq \tau_j$, dengan $i \neq j$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$F = \frac{KTP}{KTG} \tag{34}$$

Dengan kata lain, hipotesis nol juga dapat dinyatakan dengan:
$H_0 : Y_{ij} = \mu + \beta_j + \varepsilon_{ij}$ (model yang direduksi)

$H_1 : Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$

Misalkan $\mathbf{M_0}$ merupakan matriks proyeksi perpendikular yang bersesuaian dengan $\mathbf{X_0}$ untuk model yang direduksi, $\mathbf{M}$ merupakan matriks proyeksi perpendikular yang bersesuaian dengan $\mathbf{X}$, dimana $\mathbf{C}(\mathbf{M_0}) \subset \mathbf{C}(\mathbf{M})$, serta $\mathbf{M} - \mathbf{M_0}$ merupakan matriks proyeksi perpendikular dengan $\mathbf{C}(\mathbf{M} - \mathbf{M_0}) \subset \mathbf{C}(\mathbf{M})$, digunakan untuk mendefinisikan jumlah kuadrat perlakuan. Maka secara matriks persamaan (34) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F = \frac{\mathbf{Y}'(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})\mathbf{Y} / r(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})}{\mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y} / r(\mathbf{I} - \mathbf{M})} \tag{35}$$

Diketahui bahwa:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij};\ i = 1, 2, ..., t \quad j = 1, 2, ..., r \tag{36}$$

Diperoleh bahwa:

$$Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..} = \varepsilon_{ij} - \overline{\varepsilon}_{i.} - \overline{\varepsilon}_{.j} + \overline{\varepsilon}_{..} \tag{37}$$

Diketahui bahwa ε_{ij} menyebar secara bebas dan identik menurut sebaran $\mathrm{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk semua i, j, maka:

$$Y_{ij} \sim \mathrm{N}(0, \sigma_\varepsilon^2) \text{ atau } \mathbf{Y} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \tag{38}$$

sehingga:

$$\frac{\mathbf{Y}}{\sigma} \sim \mathrm{N}(0, \mathbf{I}) \tag{39}$$

$$\frac{\mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y}}{\sigma^2} \sim \chi^2(r(\mathbf{I} - \mathbf{M})) \tag{40}$$

dan

$$\frac{\mathbf{Y}'(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})\mathbf{Y}}{\sigma^2} \sim \chi^2(r(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})) \tag{41}$$

$\mathbf{Y}'(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})\mathbf{Y}$ dan $\mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y}$ saling bebas, maka:

$$\frac{\mathbf{Y}'(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})\mathbf{Y}}{r(\mathbf{M} - \mathbf{M_0})} \sim \chi^2(r(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)) \tag{42}$$

Dan

$$\frac{\mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{Y}}{r(\mathbf{I} - \mathbf{M})} \sim \chi^2(r(\mathbf{I} - \mathbf{M})) \tag{43}$$

Berdasarkan definisi dari statistik uji-*F*, maka rasio dari persamaan (42) dan persamaan (43) merupakan statistik uji-*F*.

3.2 Metode Nonparametrik untuk Uji Perlakuan Pengaruh Tetap pada RAKLD

Berdasarkan Teorema Limit Pusat:

$$\frac{R_i - E[R_i]}{\sqrt{\mathrm{var}[R_i]}} \sim N(0,1) \tag{43}$$

sehingga:

$$\frac{(R_i - E[R_i])^2}{\text{var}[R_i]} \sim \chi^2_{(1)} \tag{44}$$

Jika R_i saling bebas maka:

$$T' = \sum_{i=1}^{t} \frac{(R_i - E[R_i])^2}{\text{var}[R_i]} \sim \chi^2_{(t)} \tag{45}$$

Akan tetapi R_i tidak saling bebas, karena jumlahnya tetap, yaitu:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{t} R_i &= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} R(Y_{ij}) \\
&= \sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{t} R(Y_{ij}) \\
&= \sum_{j=1}^{r} \frac{t(t+1)}{2} \\
&= \frac{rt(t+1)}{2}
\end{aligned} \tag{46}$$

Karena dengan mengetahui $t-1$ dari R_i saja sudah dapat diketahui nilai dari R_i lainnya, maka Friedman mengusulkan agar kedua ruas dari persamaan (45) dikalikan dengan $\frac{t-1}{t}$ sehingga:

$$\begin{aligned}
T &= \frac{t-1}{t} T' \\
&= \frac{t-1}{t} \sum_{i=1}^{t} \frac{(R_i - E[R_i])^2}{\text{var}[R_i]} \\
&= \frac{t-1}{t} \sum_{i=1}^{t} \frac{\left(R_i - \frac{r(t+1)}{2}\right)^2}{\frac{r(t+1)(t-1)}{12}} \\
&= \frac{t-1}{t} . \frac{12}{r(t+1)(t-1)} \sum_{i=1}^{t} \left(R_i - \frac{r(t+1)}{2}\right)^2 \\
&= \frac{12}{rt(t+1)} \sum_{i=1}^{t} R_i^2 - 3r(t+1)
\end{aligned} \tag{47}$$

Hasil akhir dari persamaan (3.37) merupakan statistik uji Friedman yang dinotasikan dengan *T*.

3.3 Kajian Perbandingan Metode Parametrik dan Nonparametrik pada RAKLD

Untuk kajian perbandingan metode parametrik dan nonparametrik ini dilakukan simulasi data dengan menggunakan progran Microsoft Excel. Ada dua jenis data yang digunakan, yaitu data yang memilki sebaran Normal (1000 simulasi) dan tidak memiliki sebaran Normal, antara lain: 1000 simulasi data untuk sebaran Gamma dan Kai-Kuadrat serta 894 simulasi data dengan sebaran Seragam.

Tabel 3. Perbandingan Hasil Analisis Uji-*F* dan Uji Friedman

Sebaran	Varian Antar Perlakuan	
	Homogen	Heterogen
Normal	53	201
Gamma	14	35
Kai-Kuadrat	202	100
Seragam	53	201

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran Normal, menghasilkan bahwa untuk data yang mempunyai varian yang homogen, terdapat 53 kesimpulan dari uji Friedman yang tidak mengikuti uji-*F*. Hal itu menunjukkan bahwa uji-*F* lebih baik daripada uji Friedman dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Normal dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 201 kesimpulan yang dihasilkan uji Friedman yang tidak mengikuti uji-*F*. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Normal dengan varian yang heterogen.

Simulasi data dilakukan sebanyak 1000 kali pada data yang memiliki sebaran Gamma, dihasilkan 14 kesimpulan dari uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman untuk data yang mempunyai varian yang homogen. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Gamma dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 35 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Gamma dengan varian yang heterogen.

Dari 1000 simulasi data yang memiliki sebaran Kai-Kuadrat, diperoleh 202 kesimpulan dari uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman untuk data yang mempunyai varian yang homogen. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Kai-Kuadrat dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 100 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Kai-Kuadrat dengan varian yang heterogen.

Selanjutnya, melalui 894 simulasi pada data yang memiliki sebaran Seragam, diperoleh 53 kesimpulan dari uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman untuk data yang mempunyai varian yang homogen. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman tetap lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Seragam dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 201 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD untuk data yang memiliki sebaran Gamma dengan varian yang heterogen.

3.4 Metode Parametrik untuk Uji Perlakuan Pengaruh Tetap pada RAKTLS

Model linier dari RAKTLS dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Z}, \mathbf{X}] \begin{bmatrix} \tau \\ \beta \end{bmatrix} + \mathbf{e} \tag{48}$$

dimana:

$\mathbf{Y} =$ pengamatan pada perlakuan ke-i dalam blok ke-j untuk g pemunculan

$\mathbf{Z} =$ vektor kolom untuk perlakuan

$\mathbf{X} =$ matriks rancangan

$\beta' = [\mu, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_b]$

$\tau' = [\tau_1, \tau_2, ..., \tau_t]$

$\mathbf{e} = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, ..., \varepsilon_{tr}]'$

Model linier dari RAKTLS dalam bentuk matriks dapat membantu dalam mengkaji statistik uji yang digunakan dalam metode parametrik.

Pada RAKTLS, pengujian tentang perlakuan pengaruh tetap bahwa tidak ada perlakuan yang berbeda dapat dinyatakan dengan:

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_t$

H_1 : sedikitnya ada sepasang $\tau_i \neq \tau_j$, dengan $i \neq j$

Secara aljabar, statistik uji yang digunakan adalah:

$$F = \frac{KTP_K}{KTG_{intra}} \tag{49}$$

Misalkan $\hat{\tau}_i$ merupakan pengaruh perlakuan ke-i dan Q_i merupakan jumlah perlakuan terkoreksi ke-i, maka Kuadrat Tengah Perlakuan Terkoreksi (KTP_K) dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} KTP_K &= \frac{JKP_K}{t-1} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{t} \hat{\tau}_i Q_i}{t-1} \\ &= \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} \left(\frac{k}{\lambda t} Q_i \right) Q_i \right)}{t-1} \\ &= \frac{k \sum_{i=1}^{t} Q_i^2}{\lambda t (t-1)} \end{aligned} \tag{50}$$

Sedangkan Kuadrat Tengah Galat Intrablok (KTG_{intra}) dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} KTG_{intra} &= \frac{JKG_{intra}}{bk - t - b + 1} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{b} \sum_{g} (Y_{ijg} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}...)^2}{bk - t - b + 1} \end{aligned} \tag{51}$$

Statistik uji yang digunakan tersebut akan dikaji secara matriks. Oleh karena itu, menurut Christensen (1987), diperlukan $\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}$ yang merupakan jumlah perlakuan terkoreksi ke-*i*.

Misalkan **W** merupakan matriks proyeksi perpendikular yang didefinisikan oleh

$$\mathbf{W} = \mathbf{I} - \left(\frac{1}{t}\right)\mathbf{J}_t^t \tag{52}$$

Diketahui bahwa:

$$\begin{aligned} r(k-1) &= \lambda(t-1) \\ r(k-1) + \lambda &= \lambda t \end{aligned} \tag{53}$$

Maka:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z} &= k^{-1}\left[\left(r(k-1)+\lambda\right)\mathbf{I} - \lambda\mathbf{J}_t^t\right] \\ &= k^{-1}\left[\lambda t\mathbf{I} - \lambda\mathbf{J}_t^t\right] \\ &= \frac{\lambda}{k}\left[t\mathbf{I} - \mathbf{J}_t^t\right] \\ &= \frac{\lambda t}{k}\left[\mathbf{I} - \left(\frac{1}{t}\right)\mathbf{J}_t^t\right] \\ &= \frac{\lambda t}{k}\mathbf{W} \end{aligned} \tag{54}$$

Karena **W** merupakan matriks proyeksi perpendikular, maka:

$$\left[\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\right]^{-} = \frac{k}{\lambda t}\mathbf{W} \tag{55}$$

Selanjutnya akan ditentukan vektor $\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}$ yang berukuran $1 \times t$. Vektor $(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}$ mempunyai entri-entri $\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)$, sehingga:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}_m &= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)z_{ij,m} \\ &= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j\in A_i} Y_{ij}z_{ij,m} - \sum_{i=1}^{t}\sum_{j\in A_i}\overline{Y}_{.j}z_{ij,m} \\ &= \sum_{j\in A_i} Y_{jm} - \sum_{j\in A_i}\overline{Y}_{.j} \\ &= \sum_{j\in A_i}\left(Y_{jm} - \overline{Y}_{.j}\right) \end{aligned} \tag{56}$$

Definisikan:

$$Q_m = \sum_{j\in A_i}\left(Y_{jm} - \overline{Y}_{.j}\right) \tag{57}$$

Maka:

$$\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z} = \left[Q_1, Q_2, \ldots, Q_t\right] \tag{58}$$

Karena **Z** mempunyai kolom yang entri-entrinya terdiri dari 1 dan 0, maka:

$$\mathbf{Z}\mathbf{J}_t^1 = \mathbf{J}_n^1 \tag{59}$$

Oleh karena itu,

$$\mathbf{0} = (\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{J}_n^1 = (\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\mathbf{J}_t^1 \tag{60}$$

Berdasarkan persamaan-persamaan diatas, selanjutnya dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}[\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}]^{-} &= (\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\left(\frac{k}{\lambda t}\right)\mathbf{W}\\ &= \left(\frac{k}{\lambda t}\right)(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\left(\mathbf{I}-\left(\frac{1}{t}\right)\mathbf{J}_t^t\right)\\ &= \left(\frac{k}{\lambda t}\right)\left[(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}-\left(\frac{1}{t}\right)(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\mathbf{J}_t^t\right]\\ &= \frac{k}{\lambda t}(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\end{aligned} \tag{61}$$

Sehingga Jumlah Kuadrat Perlakuan Terkoreksi adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}JKP_K &= \mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\left[\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\right]^{-}\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\\ &= \frac{k}{\lambda t}\left[\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right]\\ &= \frac{k}{\lambda t}\left[\mathbf{Q}_1,\mathbf{Q}_2,\ldots,\mathbf{Q}_t\right]\left[\mathbf{Q}_1,\mathbf{Q}_2,\ldots,\mathbf{Q}_t\right]'\\ &= \frac{k}{\lambda t}\sum_{i=1}^{t} Q_i^2\end{aligned} \tag{62}$$

Sedangkan jumlah kuadrat galat intrablok adalah:

$$\begin{aligned}JKG_{intra} &= \mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}-\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}[\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}]^{-}\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\\ &= \mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}-\left(\frac{k}{\lambda t}\right)\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\end{aligned} \tag{63}$$

Misalkan **P** merupakan matriks proyeksi perpendikular yang didefinisikan dengan:

$$\mathbf{P} = \mathbf{M}+\left(\frac{k}{\lambda t}\right)\mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Z}\mathbf{Z}'(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y} \tag{64}$$

Maka:

$$JKG_{intra} = \mathbf{Y}'(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{Y} \tag{65}$$

Berdasarkan persamaan (3.23) dan (3.24), diperoleh bahwa:

$$\begin{aligned}&JKP_K \sim \chi^2\left(r(\mathbf{X},\mathbf{Z})\right)\\ &\frac{JKP_K}{r(\mathbf{X},\mathbf{Z})} \sim \chi^2\left(r(\mathbf{X},\mathbf{Z})\right)\end{aligned} \tag{66}$$

dan

$$\begin{aligned}&JKG_{intra} \sim \chi^2\left(n-r(\mathbf{X},\mathbf{Z})\right)\\ &\frac{JKG_{intra}}{n-r(\mathbf{X},\mathbf{Z})} \sim \chi^2\left(n-r(\mathbf{X},\mathbf{Z})\right)\end{aligned} \tag{67}$$

Dimana $r(\mathbf{X},\mathbf{Z})$ merupakan rank dari matriks $(\mathbf{X},\mathbf{Z})$ dan n merupakan banyaknya pengamatan.

Berdasarkan definisi statistik uji-*F*, rasio dari persamaan (66) dan (67) merupakan statistik uji *F*.

3.5 Metode Nonparametrik untuk Uji Perlakuan Pengaruh Tetap pada RAKTLS

Jika banyaknya pemunculan dari masing-masing perlakuan r bernilai besar, maka berdasarkan Teorema Limit Pusat, jumlah peringkat pada perlakuan ke-i, R_i, menyebar menurut sebaran Normal. Untuk itu,

$$\frac{R_i - E[R_i]}{\sqrt{\mathrm{var}[R_i]}} \sim N(0,1) \tag{68}$$

dimana:

$$R_i = \sum_{j=1}^{b} R(Y_{ij}) \tag{69}$$

sehingga:

$$\frac{(R_i - E[R_i])^2}{\mathrm{var}[R_i]} \sim \chi^2_{(1)} \tag{70}$$

Jika R_i saling bebas maka:

$$T' = \sum_{i=1}^{t} \frac{(R_i - E[R_i])^2}{\mathrm{var}[R_i]} \sim \chi^2_{(t)} \tag{71}$$

Sehingga jika kedua ruas dikali dengan $\frac{t-1}{t}$, diperoleh:

$$\begin{aligned} T &= \frac{t-1}{t} T' \\ &= \frac{t-1}{t} \sum_{i=1}^{t} \frac{\left(R_i - E[R_i]\right)^2}{\mathrm{var}[R_i]} \\ &= \frac{t-1}{t} \sum_{i=1}^{t} \frac{\left(R_i - \frac{r(k+1)}{2}\right)^2}{\frac{r(k+1)(k-1)}{12}} \\ &= \frac{12(t-1)}{rt(k+1)(k-1)} \sum_{i=1}^{t} \left(R_i^2 - r(k+1)R_i + \frac{r^2(k+1)^2}{4} \right) \\ &= \frac{12(t-1)}{rt(k+1)(k-1)} \sum_{i=1}^{t} R_i^2 - \frac{3r(t-1)(k+1)}{k-1} \end{aligned} \tag{72}$$

Hasil akhir dari persamaan (72) merupakan statistik uji Durbin

3.6 Kajian Perbandingan Metode Parametrik dan Nonparametrik pada RAKTLS

Untuk kajian perbandingan metode parametrik dan nonparametrik ini dilakukan simulasi data dengan menggunakan progran Microsoft Excel. Ada dua jenis data yang digunakan, yaitu data yang memilki sebaran Normal (1000 simulasi) dan tidak memiliki sebaran Normal, antara lain: 1000 simulasi data untuk sebaran Gamma dan Kai-Kuadrat serta 825 simulasi data dengan sebaran Seragam.

Tabel 4. Perbandingan Hasil Analisis Uji-*F* dan Uji Durbin

Sebaran	Varian Antar Perlakuan	
	Homogen	Heterogen
Normal	127	743
Gamma	6	993
Kai-Kuadrat	96	672
Seragam	16	657

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran Normal, terdapat 127 kesimpulan yang dihasilkan uji Friedman yang tidak mengikuti uji-*F* untuk data yang mempunyai varian yang homogen Hal itu menunjukkan bahwa uji-*F* lebih baik daripada uji Friedman dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Normal dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 743 kesimpulan yang dihasilkan uji Friedman yang tidak mengikuti uji-*F*. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Normal dengan varian yang heterogen.

Simulasi data dilakukan sebanyak 1000 kali pada data yang memiliki sebaran Gamma, terdapat 6 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Gamma dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 993 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Gamma dengan varian yang heterogen.

Dari 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran Kai-Kuadrat, terdapat 96 kesimpulan dari uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman untuk data yang mempunyai varian yang homogen. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Kai-Kuadrat dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 672 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Kai-Kuadrat dengan varian yang heterogen.

Selanjutnya, melalui 825 simulasi pada data yang memiliki sebaran Seragam, dihasilkan 16 kesimpulan dari uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman untuk data yang mempunyai varian yang homogen. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman tetap lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Seragam dengan varian yang homogen. Sedangkan untuk varian yang heterogen, terdapat 657 kesimpulan yang dihasilkan uji-*F* yang tidak mengikuti uji Friedman. Hal itu menunjukkan bahwa uji Friedman lebih baik daripada uji-*F* dalam pengujian perlakuan pengaruh tetap pada RAKTLS untuk data yang memiliki sebaran Gamma dengan varian yang heterogen.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

- Uji-*F* digunakan sebagai metode parametrik untuk uji perlakuan pengaruh tetap pada RAKLD dan RAKTLS karena Kuadrat Tengah Perlakuan, Kuadrat Tengah Perlakuan Terkoreksi, Kuadrat Tengah Galat, dan Kuadrat Tengah Galat Intrablok memiliki sebaran Kai-Kuadrat.
- Statistik uji Friedman dan statistik uji Durbin merupakan metode nonparametrik yang digunakan pada RAKLD dan RAKTLS apabila asumsi kenormalan untuk melakukan uji-*F* (metode parametrik) tidak dipenuhi.
- Untuk data pengamatan pada RAKLD dan RAKTLS yang memiliki sebaran Normal dengan varian antar perlakuan bersifat homogen, uji-*F* (metode parametrik) lebih baik daripada uji Friedman dan uji Durbin (metode nonparametrik). Sebaliknya, jika varian antar perlakuan bersifat heterogen, maka metode nonparametrik lebih baik daripada metode parametrik.
- Untuk data pengamatan pada RAKLD dan RAKTLS yang memiliki sebaran tidak Normal dengan varian antar perlakuan bersifat homogen dan heterogen, metode nonparametrik lebih baik daripada metode parametrik.

4.2 Saran

Sebaiknya dilakukan juga kajian perbandingan metode parametrik dan metode nonparametrik untuk rancangan percobaan lainnya, seperti Rancangan Acak Lengkap. Serta dapat juga melakukan analisis pada Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Seimbang apabila terdapat data hilang.

DAFTAR PUSTAKA

Box, George E. P., *et al*. 1978. *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*. John Wiley and Sons. USA.

Christensen, R. 1987. *Plane Answers to Complex Questions: The Teory of Linear Models*. Springer-Verlag. New York.

Cochran, W. G., and G. M. Cox. 1957. [illegible]*mental Design*. John Wiley and Sons. Canada.

Conover, W. J. 1971. *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley and Sons. New York.

Daniel, W. W. 1978. *Statistik Nonparametrik Terapan*. Diterjemahkan oleh Alex Tri Kantjono W. Gramedia. Jakarta.

Federer, W. T. 1955. *Experimental Design: Theory and Application*. The Macmillan Company. New York.

Hill Jr., R. O. 1986. *Elementary Linear Algebra*. Academic Press. Florida.

Kempthorne, O. 1955. *The Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons. Canada.

Kutner, M. H., *et al*. 2005. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill/Irwin. New York.

Lentner, M. and T. Bishop. 1986. *Experimental Design and Analysis*. Valey Book Company. Blacksburg.

Montgomery, D. C. 1976. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons. Canada

Nugroho, S. 2008. *Statistika Matematika*. Dalam Proses Penerbitan.

Parsad, R. 2008. *Nonparametric Methods in Analysis of Experimental Data*. http://www.iasri.res.in/iasriwebsite/DESIGNOFEXPAPPLICATION/Electronic-Books/Modules/27Nonparametric%20procedure.pdf

Sharma,V.K. 2008. *Balanced Incomplete Block Designs*. http://www.iasri.res.in/iasriwebsite/DESIGNOFEXPAPPLICATION/Electronic-Book/Module%202/2BIBD.pdf

Siegel, S., and J. Castellan, Jr. 1988. *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. McGraw-Hill International Edition. Singapore.