

KAJIAN *MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE (MANOVA)* PADA RANCANGAN ACAK LENGKAP (RAL)

Diana Puspitasari¹, Sigit Nugroho², dan Baki Swita²

1) Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

2) Staf Pengajar Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada Rancangan Acak Lengkap (RAL). Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dan studi kasus. Data penelitian untuk studi kasus adalah data RAL yang dikutip dari skripsi Zuhri (1996). Prosedur *MANOVA* pada RAL di mulai dengan perumusan hipotesis, menghitung vektor jumlah kuadrat galat, jumlah kuadrat perlakuan, dan jumlah kuadrat total. Pengujian hipotesis menggunakan Wilks' lambda dan rumus dalam Tabel Bartlett. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa prosedur *MANOVA* sama dengan *ANOVA* namun variabel yang digunakan pada *MANOVA* berbentuk vektor dan variabel pada *ANOVA* berbentuk skalar. Kelebihan *MANOVA* adalah lebih ringkas dan efisien dibandingkan dengan *ANOVA* bila variabel pengamatan yang diteliti lebih dari satu.

Kata Kunci: Multivariate Analysis of Variance, Jumlah kuadrat, Wilks' lambda.

Pendahuluan

Rancangan Acak Lengkap (RAL) merupakan rancangan percobaan yang paling sederhana dibandingkan rancangan lainnya. Rancangan ini termasuk pada rancangan nonfaktorial karena yang diteliti hanya satu faktor penelitian. Pada RAL kondisi seluruh satuan percobaannya diusahakan seseragam mungkin sehingga tidak ada sumber keragaman lain yang dapat dikendalikan. Pengacakan perlakuan pada RAL dilakukan pada seluruh satuan percobaan sekaligus. Setiap satuan percobaan mempunyai peluang sama untuk menerima perlakuan manapun. Jadi bila ada n satuan percobaan, maka setiap perlakuan mempunyai peluang yang sama untuk jatuh pada sembarang satuan percobaan manapun.

Dalam RAL bahan yang digunakan dan lingkungan percobaan diusahakan seseragam mungkin atau dengan kata lain kondisi satuan percobaan seragam. Dengan adanya keseragaman tersebut diharapkan semua satuan percobaan juga memperlihatkan hasil yang seragam. Namun, pada kenyataannya keseragaman tersebut sangat jarang sekali diperoleh meski telah dilakukan kontrol yang cermat. Perbedaan hasil penelitian umumnya timbul karena pengaruh biologi yang terjadi di lapangan. Fakta mengenai ketidaksamaan yang terjadi di alam seperti, tidak semua buah mangga dalam satu pohon mempunyai ukuran persis sama, tidak semua anak ayam dalam satu kandang sama beratnya, dan sebagainya sehingga akan menimbulkan pertanyaan bagaimana menentukan sifat-sifat suatu kelompok yang terdiri dari individu-individu yang berbeda. Dengan konsep *Analysis of Variance (ANOVA)* dapat ditentukan sifat-sifat suatu kelompok serta dapat menguraikan ragam total menjadi komponen ragam. Dengan *ANOVA* dapat diadakan pengujian perbedaan dua nilai tengah contoh atau lebih secara serentak. Pengujian apakah perlakuan berpengaruh secara nyata atau tidak pada *ANOVA* berbeda untuk masing-masing variabel pengamatan yang diteliti. Semakin banyak

variabel yang ingin diteliti, semakin banyak pula perhitungan yang harus dilakukan. Dengan begitu *ANOVA* tentu akan memakan banyak waktu.

Salah satu bentuk analisis statistika yang dapat mengatasi kelemahan *ANOVA* di atas adalah *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*. *MANOVA* merupakan analisis rancangan percobaan banyak variabel yang digunakan untuk menyelidiki perbedaan vektor nilai tengah populasi. *MANOVA* sebenarnya tidak berbeda jauh dengan *ANOVA*, hanya saja *MANOVA* lebih efektif dan efisien bila variabel tak bebas (y) yang diselidiki lebih dari satu. *ANOVA* menggunakan peubah skalar dan *MANOVA* menggunakan vektor.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mempelajari prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada Rancangan Acak Lengkap (RAL). Manfaat dari penelitian ini adalah untuk memberikan informasi kepada pembaca mengenai analisis untuk banyak variabel (*mutivariable*) pada Rancangan Acak Lengkap (RAL). Selain itu, dapat menambah wawasan penulis tentang RAL, *ANOVA*, dan *MANOVA*.

Rancangan Percobaan

Percobaan merupakan serangkaian kegiatan dimana setiap tahap dalam rangkaian benar-benar terdefiniskan, dilakukan untuk menemukan jawaban tentang permasalahan yang diteliti melalui suatu pengujian hipotesis. Percobaan juga merupakan penyelidikan terencana untuk mendapatkan fakta baru, untuk memperkuat atau menolak hasil-hasil percobaan terdahulu.

Menurut Hanafiah (1991) unsur-unsur dasar suatu percobaan agar hasil percobaan obyektif adalah sebagai berikut.

1. Perlakuan (*treatment*)

Perlakuan adalah semua tindakan coba-coba yang dilakukan terhadap suatu obyek, yang pengaruhnya akan diselidiki untuk menguji hipotesis. Perlakuan juga disebut sebagai prosedur yang pengaruhnya hendak diukur dan dibandingkan dengan perlakuan lain. Perlakuan ini dapat berasal dari faktor kualitas (mutu), misalnya mutu pupuk, mutu pestisida, mutu alat, dan berbagai mutu lainnya. Perlakuan juga dapat berupa faktor kuantitas (takaran), seperti takaran pupuk, takaran pestisida, dan lain sebagainya.

2. Ulangan (*replication*)

Ulangan adalah frekuensi suatu perlakuan yang diselidiki dalam suatu percobaan. Jumlah ulangan suatu perlakuan tergantung pada derajat ketelitian yang diinginkan oleh si peneliti terhadap kesimpulan hasil percobaannya. Sebagai suatu patokan, jumlah ulangan dianggap cukup baik bila memenuhi ketentuan $(t - 1)(r - 1) \geq 15$ dimana t = jumlah perlakuan dan r = jumlah ulangan. Aturan ini bukanlah suatu patokan yang baku.

Percobaan merupakan ajang pengujian hipotesis secara empirik, oleh karena itu himpunan perlakuan yang akan diuji dalam suatu percobaan harus dirancang sesuai dengan fungsi percobaan tersebut. Rancangan percobaan merupakan cara mengatur pemberian perlakuan kepada satuan-satuan percobaan, sehingga keragaman respon yang ditimbulkan oleh keadaan lingkungan dan heterogenitas bahan percobaan dapat ditampung dan disingkirkan (Sastrosupadi, 2000). Satuan percobaan merupakan unit terkecil dari rancangan percobaan yang mendapat satu macam perlakuan. Perbedaan hasil dari petak-petak yang diasumsikan kesuburannya homogen dinamakan galat percobaan. Galat percobaan adalah ukuran keragaman diantara semua pengamatan yang berasal dari satuan percobaan dan mendapat perlakuan sama. Untuk memperoleh hasil percobaan yang baik, terjadinya galat harus seminimum mungkin.

Rancangan Acak Lengkap (RAL)

RAL digunakan untuk percobaan yang mempunyai media atau tempat percobaan yang seragam atau homogen, sehingga RAL banyak digunakan untuk percobaan laboratorium, rumah kaca, dan peternakan. Karena media homogen maka media atau tempat percobaan tidak memberikan pengaruh pada respon yang diamati. Banyaknya pengamatan pada berbagai perlakuan tidak dipandang sebagai pembatasan pada pengacakan.

Beberapa asumsi-asumsi yang digunakan pada RAL adalah sebagai berikut.

1. μ adalah konstanta bernilai tetap.
2. $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ artinya ε_{ij} menyebar secara normal dengan nilai tengah sama dengan nol dan ragam sebesar σ^2 .
3. Pada model tetap, τ adalah pengaruh tetap yang memenuhi $\sum_{i=1}^t r_i \tau_i = 0$. Pada pengaruh acak, τ berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan varian σ_τ^2 , atau ditulis $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$. τ dan ε saling bebas.

Model linier untuk RAL yang terdiri dari t perlakuan dan r_i ulangan dituliskan sebagai berikut.

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

dimana:

$i = 1, 2, \dots, t$, i menunjukkan indeks untuk perlakuan dimana banyaknya perlakuan adalah t perlakuan.

$j = 1, 2, \dots, r_i$, j menunjukkan indeks ulangan dimana banyaknya ulangan adalah r_i ulangan.

y_{ij} = Respon atau nilai pengamatan dari perlakuan ke- i dan ulangan ke- j .

μ = Nilai tengah umum = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^t r_i \mu_i$ dengan $n = \sum_{i=1}^t r_i$

τ_i = Pengaruh perlakuan ke- $i = \mu_i - \mu$

ε_{ij} = Galat percobaan = $y_{ij} - \mu_i$

Ada beberapa keuntungan menggunakan RAL, yaitu sebagai berikut.

1. Analisis statistiknya mudah karena komponen perhitungannya sesuai dengan sumber keragaman yaitu terdiri dari perlakuan, galat, serta total sumber perlakuan. Analisis statistik pada RAL juga mudah dilakukan pada percobaan yang ulangannya tidak sama.
2. Derajat bebas galat maksimum memungkinkan memperoleh kuadrat tengah galat yang kecil, sehingga peluang mendapatkan F hitung dengan nilai tinggi cukup besar.
3. Memiliki keluwesan, artinya tidak ada pembatasan dalam hal banyak perlakuan ataupun banyaknya ulangan. Besarnya ulangan boleh berbeda-beda dari perlakuan satu ke lainnya. Meskipun demikian, sebaiknya ulangan dibuat sama agar memudahkan perhitungan.

Analysis of Variance (ANOVA) pada RAL

Analisis data pada RAL dapat dilakukan dengan *ANOVA*. Setiap komponen jumlah kuadrat dipakai untuk menaksir besarnya ragam. Hasilnya adalah satu ragam atau lebih untuk perlakuan dan hanya satu ragam untuk galat percobaan.

Analisis ragam (*ANOVA*) merupakan suatu cara untuk menguraikan ragam total menjadi komponen ragam. Langkah pertama yang diambil untuk analisis ragam adalah menetapkan hipotesis nol yang menyatakan tidak ada perbedaan nyata di antara ragam, yang berarti tidak ada perbedaan nyata diantara harga rata-rata setiap perlakuan yang diuji. Hipotesis nol yang diajukan mengambil asumsi bahwa semua pengukuran berasal dari satu populasi yang homogen. Hipotesis nol menyatakan tidak ada perbedaan pengaruh perlakuan pada penelitian, yang dirumuskan sebagai berikut.

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

$$H_1 : \text{Sedikitnya ada } \tau_i \neq \tau_j \text{ dimana } i \neq j.$$

Kedua hipotesis tersebut akan diuji, setelah diketahui hipotesis yang diterima atau ditolak, dapat ditentukan kesimpulan dan pengambilan keputusan untuk mengambil tindakan berikutnya. Masing-masing persamaan jumlah kuadrat dapat ditulis sebagai berikut.

Jumlah Kuadrat Total

$$JK (T) = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{n} \quad (2)$$

Rumus $\frac{y_{..}^2}{n}$ dinamakan faktor koreksi (FK).

Jumlah Kuadrat Perlakuan

$$JK (P) = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \frac{y_{i.}^2}{r_i} - \frac{y_{..}^2}{n} \quad (3)$$

Jumlah Kuadrat Galat

$$JK (G) = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = JK (T) - JK (P) \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4) diperoleh kuadrat tengah perlakuan (KTP) dan kuadrat tengah galat (KTG), dimana

$$KT (P) = \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2}{t-1} = \frac{JK (P)}{db (P)} \quad (5)$$

$$KT (G) = \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2}{n-t} = \frac{JK (G)}{db (G)} \quad (6)$$

Selanjutnya, dari kuadrat tengah perlakuan dan kuadrat tengah galat diperoleh F hitung dengan rumus,

$$F_{\text{hit}} = \frac{n-t \left(\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \right)}{t-1 \left(\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \right)} = \frac{\text{KT (P)}}{\text{KT (G)}} \quad (7)$$

Keterangan:

y_{ij} = Respon atau nilai pengamatan dari perlakuan ke- i dan ulangan ke- j .

t = Jumlah perlakuan.

r_i = Jumlah ulangan.

n = Jumlah pengamatan.

$y_{..}$ = Jumlah keseluruhan.

$\bar{y}_{..}$ = Rata-rata keseluruhan.

$y_{i.}$ = Jumlah perlakuan ke- i .

$\bar{y}_{i.}$ = rata-rata perlakuan ke- i .

Hasil perhitungan jumlah kuadrat, kuadrat tengah dan F hitung ditulis ke dalam Tabel *ANOVA*.

Tabel 1. Tabel *ANOVA*

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F hitung	F tabel
Perlakuan	$t - 1$	JK (P)	KT (P)	$\frac{\text{KT (P)}}{\text{KT (G)}}$	$F_{\alpha(v_1, v_2)}$
Galat	$n - t$	JK (G)	KT (G)		
Total	$n - 1$	JK (T)			

Pengujian hipotesis didasarkan pada F hitung dan F tabel dengan derajat bebas (v_1) dan (v_2). Jika nilai $F_{\text{hit}} > F_{\alpha(v_1, v_2)}$ maka H_0 ditolak dan jika $F_{\text{hit}} < F_{\alpha(v_1, v_2)}$ maka H_0 diterima. Taraf uji (α) yang umum digunakan adalah $\alpha = 5\%$ dan $\alpha = 1\%$. Jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha(v_1, v_2)}$ pada $\alpha = 5\%$ berarti H_0 ditolak, berarti perlakuan berpengaruh nyata pada pengamatan. Jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha(v_1, v_2)}$ pada $\alpha = 1\%$ maka H_0 ditolak, berarti perlakuan berpengaruh sangat nyata pada pengamatan. Jika $F_{\text{hit}} < F_{\alpha(v_1, v_2)}$ pada $\alpha = 5\%$ maka perlakuan berpengaruh tidak nyata pada pengamatan.

Multivariate Analysis of Variance (MANOVA) pada RAL

MANOVA merupakan analisis keragaman yang menguji apakah vektor nilai tengah populasi sama atau berbeda. Analisis ragam dengan *MANOVA*, dapat dilakukan sekaligus pada beberapa variabel yang diamati dengan melibatkan matriks ragam peragam (*variance covariance matrix*). Rumus untuk menentukan penduga matriks ragam peragam perlakuan ke- i dinyatakan seperti di bawah ini.

$$S_i = \frac{1}{r_i - 1} \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})(y_{ij} - \bar{y}_{i.})' \quad i = 1, 2, \dots, t \text{ dan } j = 1, 2, \dots, r_i \quad (8)$$

dimana:

S_i = Matriks ragam peragam perlakuan ke- i .

r_i = Banyaknya ulangan.

\mathbf{y}_{ij} = Vektor pengamatan perlakuan ke- i ulangan ke- j .

$\bar{\mathbf{y}}_i$ = Vektor rata-rata pengamatan perlakuan ke- i .

Asumsi-asumsi yang berlaku pada *MANOVA* akan diuraikan sebagai berikut:

1. $\mathbf{y}_{i1}, \mathbf{y}_{i2}, \dots, \mathbf{y}_{ir_i}$, adalah contoh acak berukuran r_i dari populasi ke- i dengan nilai tengah $\boldsymbol{\mu}_i$, $i = 1, 2, \dots, t$. Contoh acak dari populasi yang berbeda saling bebas.
2. Semua populasi memiliki matriks ragam peragam bersama Σ .
3. Setiap populasi berdistribusi normal $\mathbf{y}_{ij} \sim N(\boldsymbol{\mu}_i, \Sigma)$.

Model *MANOVA* untuk perbandingan vektor nilai tengah t populasi pada Rancangan Acak Lengkap (RAL) dengan t perlakuan dan r_i ulangan adalah

$$\mathbf{y}_{ij} = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, r_i \text{ dan } i = 1, 2, \dots, t \quad (9)$$

Pada model ini \mathbf{y}_{ij} , $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\tau}_i$, dan $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ adalah vektor berdimensi p , dimana

p = Jumlah variabel yang diamati.

$i = 1, 2, \dots, t$, i menunjukkan indeks untuk perlakuan dimana banyaknya perlakuan adalah t perlakuan.

$j = 1, 2, \dots, r_i$, j menunjukkan indeks ulangan dimana banyaknya ulangan adalah r_i ulangan.

\mathbf{y}_{ij} = Vektor respon atau nilai pengamatan dari perlakuan ke- i , ulangan ke- j .

$\boldsymbol{\mu}$ = Vektor parameter nilai tengah umum.

$\boldsymbol{\tau}_i$ = Vektor pengaruh perlakuan ke- i dengan $\sum_{i=1}^t r_i \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{0}$.

$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ = Vektor galat.

Misal akan diteliti pengaruh t perlakuan terhadap p variabel pengamatan, maka dalam bentuk vektor data pengamatan dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{array}{ll} \text{Perlakuan 1} & : \mathbf{y}_{11}, \mathbf{y}_{12}, \dots, \mathbf{y}_{1r_1} \\ \text{Perlakuan 2} & : \mathbf{y}_{21}, \mathbf{y}_{22}, \dots, \mathbf{y}_{2r_2} \\ & \vdots \\ \text{Perlakuan } t & : \mathbf{y}_{t1}, \mathbf{y}_{t2}, \dots, \mathbf{y}_{tr_t} \end{array} \quad \begin{array}{c} \\ \\ \vdots \\ \end{array}$$

Setiap vektor \mathbf{y}_{ij} adalah suatu vektor berdimensi p . Vektor \mathbf{y}_{ij} menyatakan vektor perlakuan ke- i ($i = 1, 2, \dots, t$) dan ulangan ke- j ($j = 1, 2, \dots, r_i$).

Prosedur *MANOVA*

Langkah awal untuk analisis pada *MANOVA* yaitu merumuskan hipotesis yang bersesuaian dengan masalah yang akan dianalisis. Pada *MANOVA* hipotesis nol dan hipotesis tandinggannya dirumuskan sebagai berikut.

$$H_0 : \begin{bmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \vdots \\ \tau_{1p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{21} \\ \tau_{22} \\ \vdots \\ \tau_{2p} \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \tau_{t1} \\ \tau_{t2} \\ \vdots \\ \tau_{tp} \end{bmatrix}$$

H_1 : Sedikitnya ada $\boldsymbol{\tau}_i \neq \boldsymbol{\tau}_j$ dimana $i \neq j$.

Hipotesis di atas menunjukkan ada t perlakuan yang akan diteliti pengaruhnya terhadap p variabel pengamatan. Satu vektor menunjukkan satu perlakuan. Analog dengan hasil pada kasus peubah tunggal, hipotesis tidak adanya pengaruh perlakuan, diuji dengan membandingkan besarnya jumlah kuadrat dan hasil kali perlakuan relatif terhadap galat. Analog dengan *ANOVA* jumlah kuadrat pada *MANOVA* dapat ditulis sebagai berikut.

Jumlah kuadrat perlakuan.

$$\mathbf{JK(P)} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})' = \sum_{i=1}^t \frac{1}{r_i} \mathbf{y}_{i.} \times \mathbf{y}_{i.}' - \frac{1}{r_i t} \mathbf{y}_{..} \times \mathbf{y}_{..}' \quad (10)$$

Jumlah kuadrat galat.

$$\mathbf{JK(G)} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\mathbf{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})(\mathbf{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})' = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} \mathbf{y}_{ij} \mathbf{y}_{ij}' - \sum_{i=1}^t \frac{1}{r_i} \mathbf{y}_{i.} \mathbf{y}_{i.}' \quad (11)$$

Dengan menggunakan rumus matriks ragam peragam pada persamaan (8), persamaan (11) bisa juga ditulis sebagai,

$$\mathbf{JK(G)} = (r_1 - 1)\mathbf{S}_1 + (r_2 - 1)\mathbf{S}_2 + \dots + (r_t - 1)\mathbf{S}_t \quad (12)$$

Rumus-rumus di atas secara formal, dapat diringkas pada satu Tabel *MANOVA* berikut.

Tabel 2. Tabel *MANOVA*

Sumber Keragaman	Matriks Jumlah Kuadrat dan Hasil Kali	Derajat Bebas
Perlakuan	$\sum_{i=1}^t r_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})'$	$t - 1$
Galat	$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\mathbf{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})(\mathbf{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})'$	$\sum_{i=1}^t n_i - t$
Total (terkoreksi dengan nilai tengah)	$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\mathbf{y}_{ij} - \bar{y}_{..})(\mathbf{y}_{ij} - \bar{y}_{..})'$	$\sum_{i=1}^t n_i - 1$

Tabel ini memiliki bentuk persis sama dengan tabel *ANOVA*, kecuali bahwa kuadrat skalar digantikan dengan vektor padanannya. Sebagai ilustrasi, $(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$ menjadi $(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})'$. Untuk melihat ada tidaknya pengaruh perlakuan perlu dihitung statistik uji pada *MANOVA* yang dinamakan uji Wilks' lambda.

$$\Lambda = \frac{|\mathbf{JK(G)}|}{|\mathbf{JK(G)} + \mathbf{JK(P)}|} \quad (13)$$

dimana $\mathbf{JK(G)}$ dan $\mathbf{JK(P)}$ telah didefinisikan pada persamaan (10) dan (11).

Setelah diperoleh nilai jumlah kuadrat galat dan jumlah kuadrat perlakuan, substitusikan nilai tersebut ke dalam rumus uji Wilks' lambda. Hasil perhitungan uji Wilks' lambda akan disubstitusikan ke dalam rumus uji pada Tabel 3 sesuai dengan nilai p dan t .

Hasil perhitungan dari rumus-rumus dalam Tabel 4 dibandingkan dengan F tabel dengan derajat bebas sesuai pada uji yang dipakai dalam Tabel Bartlett. Pengujian hipotesis didasarkan pada F hitung dan F tabel dengan derajat bebas (ν_1) dan (ν_2) . Jika

nilai $F_{hit} > F_{\alpha(v_1, v_2)}$, maka H_0 ditolak dan jika $F_{hit} < F_{\alpha(v_1, v_2)}$, maka H_0 diterima. Taraf uji (α) yang umum digunakan adalah $\alpha = 5\%$ dan $\alpha = 1\%$. Pengujian hipotesis selain menggunakan tabel F, dapat juga menggunakan tabel Wilks' lambda dengan ketentuan hipotesis nol ditolak jika $\Lambda \leq \Lambda_{\alpha, p, v_1, v_2}$. Tabel Wilks' lambda hanya berlaku untuk selang kepercayaan 95% atau $\alpha = 5\%$.

Tabel 3. Tabel Bartlett

Banyaknya Variabel Pengamatan	Banyaknya Perlakuan	Sebaran Percontohan Untuk Data Normal Ganda
$p = 1$	$t \geq 2$	$\left(\frac{\sum_{i=1}^t r_i - t}{t-1} \right) \left(\frac{1-\Lambda}{\Lambda} \right) \sim F_{t-1, \sum_{i=1}^t r_i}$
$p = 2$	$t \geq 2$	$\left(\frac{\sum_{i=1}^t r_i - t - 1}{t-1} \right) \left(\frac{1-\sqrt{\Lambda}}{\sqrt{\Lambda}} \right) \sim F_{2(t-1), 2\left(\sum_{i=1}^t r_i - t - 1\right)}$
$p \geq 1$	$t = 2$	$\left(\frac{\sum_{i=1}^t r_i - p - 1}{p} \right) \left(\frac{1-\Lambda}{\Lambda} \right) \sim F_{p, \sum_{i=1}^t r_i - p - 1}$
$p \geq 1$	$t = 3$	$\left(\frac{\sum_{i=1}^t r_i - p - 2}{p} \right) \left(\frac{1-\sqrt{\Lambda}}{\sqrt{\Lambda}} \right) \sim F_{2p, 2\left(\sum_{i=1}^t r_i - p - 2\right)}$
Untuk p dan t selain empat kategori di atas		$\left[(n-1) - \left(\frac{p+t}{2} \right) \right] \ln \Lambda \sim \chi_{p(t-1)}^2$

Studi Kasus

Contoh kasus diambil dari skripsi mahasiswa pertanian dengan judul “Beberapa Perlakuan Fisik Terhadap Perkecambahan Benih Kemiri (Zuhri, 1996). Data RAL untuk masing-masing variabel pengamatan dituliskan menjadi satu tabel untuk memudahkan perhitungan. Jika pada ANOVA satu tabel berisi satu variabel pengamatan, maka pada MANOVA banyak variabel pengamatan digabungkan, seperti data pada Tabel 4.

Tabel 4. Data RAL Untuk *MANOVA*

Perlakuan	Pengamatan	Ulangan					Jumlah	Rata-rata
		1	2	3	4	5		
Rendam Air (A)	Daya cambah (D)	39,23	41,55	41,55	39,23	34,45	196,01	39,20
	Laju cambah (L)	9,17	8,67	8,75	7,33	8,20	42,12	8,42
	Tinggi batang (T)	30,73	25,60	27,80	22,53	16,97	123,63	24,73
	Panjang akar (P)	11,06	9,08	10,73	10,74	11,49	53,10	10,62
	Berat benih (B)	1,73	1,51	1,35	1,29	0,92	6,80	1,36
Rendam Air dan Kikis (AK)	Daya cambah (D)	39,23	43,85	39,23	46,15	48,45	216,91	43,38
	Laju cambah (L)	6,26	7,80	5,38	6,33	5,17	30,94	6,19
	Tinggi batang (T)	33,66	25,53	31,99	34,44	30,08	155,70	31,14
	Panjang akar (P)	13,87	14,74	11,79	14,70	11,92	67,02	13,40
	Berat benih (B)	1,82	2,74	2,00	2,79	1,98	11,33	2,27
Rendam Air dan Retak (AR)	Daya cambah (D)	63,44	63,44	69,73	66,42	60,68	323,71	64,74
	Laju cambah (L)	2,84	2,83	1,96	3,06	2,71	13,40	2,68
	Tinggi batang (T)	36,23	40,97	27,21	33,81	35,66	173,54	34,71
	Panjang akar (P)	15,24	16,28	16,15	16,01	15,06	79,28	15,86
	Berat benih (B)	3,34	2,85	3,37	2,79	4,17	16,52	3,30

Data di atas akan dianalisis dengan *MANOVA*. Pertama hipotesis yang diajukan yaitu:

$$H_0 : \begin{bmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{14} \\ \tau_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{21} \\ \tau_{22} \\ \tau_{23} \\ \tau_{24} \\ \tau_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{31} \\ \tau_{32} \\ \tau_{33} \\ \tau_{34} \\ \tau_{35} \end{bmatrix}$$

H_1 : Paling sedikit ada $\tau_{ip} \neq \tau_{jp}$ dimana $i \neq j$.

Dari hasil perhitungan *MANOVA* diperoleh nilai-nilai yang ditulis ke dalam tabel *MANOVA* berikut.

Tabel 5. *MANOVA* Pada RAL

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Matriks Jumlah Kuadrat
Perlakuan	2	$\begin{bmatrix} 1876,70 & -384,80 & 602,05 & 321,40 & 126,35 \\ -384,80 & 83,75 & -141,3 & -73,15 & -28,50 \\ 602,05 & -141,3 & 258,90 & 129,90 & 48,80 \\ 321,40 & -73,15 & 129,90 & 65,95 & 24,95 \\ 126,35 & -28,50 & 48,80 & 24,95 & 9,50 \end{bmatrix}$
Galat	12	$\begin{bmatrix} 149,24 & -2,04 & -19,52 & -2,96 & 2,04 \\ -2,04 & 7,00 & 8,12 & 4,56 & 1,52 \\ -19,52 & 8,12 & 261,24 & -12,08 & 1,96 \\ -2,96 & 4,56 & -12,08 & 13,00 & 0,36 \\ 2,04 & 1,52 & 1,96 & 0,36 & 2,44 \end{bmatrix}$
Total	14	$\begin{bmatrix} 2025,91 & -386,82 & 582,50 & 318,45 & 128,44 \\ -386,82 & 90,08 & -133,19 & -68,62 & -27,35 \\ 582,50 & -133,19 & 520,12 & 117,88 & 50,76 \\ 318,45 & -68,62 & 117,88 & 79,30 & 25,27 \\ 128,44 & -27,35 & 50,76 & 25,27 & 11,91 \end{bmatrix}$

Nilai Lambda Wilks' (Λ) adalah 0,007342. F hitung yang digunakan untuk lima pengaruh perlakuan yang diamati ($p = 5$) dan perlakuan tiga kali ($t = 3$) berdasarkan Tabel Barlett adalah 17,072542. Berdasarkan tabel diperoleh $F_{(0,05);(10,16)} = 3,69$ untuk tingkat kepercayaan 95% dan $F_{(0,01);(10,16)} = 2,49$ untuk tingkat kepercayaan 99%. Karena F hitung lebih besar daripada F tabel berarti H_0 ditolak artinya perlakuan berpengaruh sangat nyata terhadap daya kecambah, laju perkecambahan, tinggi batang, panjang akar, dan berat benih. Dengan tabel Wilks' lambda diperoleh $\Lambda_{0,05;5,2,12} = 0,153$ yang berarti H_0 ditolak.

Kesimpulan dan Saran

Prosedur perhitungan pada *MANOVA* tidak berbeda jauh dengan *ANOVA*. Perbedaannya yaitu jika pada *ANOVA* menggunakan variabel skalar, maka pada *MANOVA* menggunakan variabel vektor. Prosedur perhitungan *ANOVA* maupun *MANOVA* berawal dari penentuan hipotesis yang akan diuji, kemudian menghitung jumlah kuadrat total, jumlah kuadrat perlakuan, dan jumlah kuadrat galat. Uji F yang digunakan pada *ANOVA* berbeda dengan uji F pada *MANOVA*. Uji pada *MANOVA* didahului mencari nilai Lambda Wilk's yang selanjutnya digunakan untuk mencari F hitung dengan rumus yang tertera pada Tabel Barlett (Tabel 4) ke uji F yang digunakan. Setelah nilai F hitung diperoleh, barulah dibandingkan dengan nilai F tabel pada tingkat kepercayaan 95% atau 99% untuk menarik kesimpulan hipotesis mana yang akan ditolak ataupun diterima. Jika F hitung lebih besar dari F tabel, maka hipotesis nol ditolak dan jika F hitung lebih kecil dari F tabel, maka hipotesis nol diterima.

MANOVA lebih ringkas dan efisien dibandingkan dengan *ANOVA* bila variabel pengamatan lebih dari satu (*multivariable*). Nilai Λ yang diperoleh sebesar 0,007342. Jika dibandingkan dengan $\Lambda_{0,05;5,2,12} = 0,153$, maka nilainya lebih kecil daripada nilai Lambda hitung. Oleh karena ketentuan tolak H_0 jika $\Lambda_{hitung} > \Lambda_{0,05;5,2,12}$, berarti hipotesis nol harus ditolak. Untuk prosedur lainnya menggunakan ketentuan tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{(\alpha;v_1,v_2)}$. Hasil F hitung yang diperoleh adalah 17,072542 dan nilai F tabel dengan derajat bebas 2 dan 12 adalah $F_{(0,05);(10,16)} = 3,69$. Artinya tolak H_0 atau dengan kata lain perlakuan berpengaruh nyata pada pengamatan.

Untuk menganalisis keragaman data penelitian pada RAL yang memiliki lebih dari satu variabel pengamatan atau lebih dari satu variabel tak bebas seperti penelitian bidang pertanian lebih baik peneliti menggunakan *MANOVA* karena perhitungannya lebih ringkas sehingga tidak terlalu banyak membuang waktu dalam menganalisis data.

Daftar Pustaka

- Anonim. 2003. *Analisis Peubah Ganda*. IPB. Bandung.
- Cochran and Cox. 1957. *Experimental Designs*. John Willey and Sons. New York.
- Christensen. 1996. *Analysis Of Variance, Design, and Regression*. Chapman and Hall. London.
- French and Friends. *Multivariate Analysis Of Variance (MANOVA)*. <http://ibgwww.colorado.edu/~carey/p7291dir/handouts/manova2.pdf>
- Hanafiah, K. A. 1991. *Rancangan Percobaan Teori dan Aplikasi*. Universitas Sriwijaya. Palembang.

- Harlow, L. 2005. *The Essence of Multivariate Thinking Basic Themes and Methods*. Lawrence Erlbaum Associates. London.
- Lentner, M and Thomas. B. 1986. *Experimental Design and Analysis*. Valey Book Company. Blacksburg.
- Morrison. 1978. *Multivariate Statistical Method*. Mcgraw-Hill International Book Company. Auckland.
- Rencher, A. 1998. *Multivariate Statistical Inference and Aplications*. Jhon Willey & Sons Inc. Canada.
- Rencher, A. 2002. *Methods of Multivariate Analysis*. Jhon Willey & Sons Inc. Canada.
- Richard and Dean. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall. USA.
- Riduwan. 2006. *Dasar-Dasar Statistika*. Alfabeta. Bandung.
- Simon, H. 2007. *Metode Inventore Hutan*. Pustaka Pelajar. Yogyakarta.
- Sastrosupadi, A. 2000. *Rancangan Percobaan Praktis Bidang Pertanian*. Kanisius. Malang.
- Steel dan James. 1991. *Terjemahan Prinsip dan Prosedur Statistika*. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Walpole. R. 1990. *Terjemahan Pengantar Statistika*. PT. Gramedia. Jakarta.
- Walpole dan Raymond. 1995. *Terjemahan Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*. ITB. Bandung.
- Yang, K and Jayant. T. 2004. *Multivariate Statistical Method in Quality Management*. Mcgraw-Hill International Book Company. Auckland.
- Zuhri, S. 1996. *Beberapa Perlakuan Fisik terhadap Perkecambahan Benih Kemiri (Aleurites moluccana Wild.)*. Skripsi Fakultas Pertanian UNIB. Bengkulu.