

Uji Friedman dan Uji Anderson pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar Nonparametrik

Rose Mawati¹, Sigit Nugroho², dan Jose Rizal²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji perbandingan metode pengujian dengan metode parametrik dan metode nonparametrik, serta mempelajari prosedur pengujian dari kedua metode. Metode parametrik yang digunakan adalah Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD), dan untuk metode nonparametrik digunakan uji Friedman, dan uji Anderson. Metode nonparametrik digunakan sebagai alternative apabila metode parametrik tidak dipenuhi. Metode penelitian pada penulisan ini adalah studi literature. Sebagai pembanding antara kedua metode ini, maka digunakanlah simulasi data, dimana simulasi ini dilakukan dengan menggunakan data bangkitan dari dua sebaran, yaitu: sebaran seragam, dan sebaran normal. Sebaran normal yang digunakan dikombinasikan dengan tiga kombinasi rata-rata perlakuan yang berbeda-beda. Hasil simulasi dengan sebaran seragam menunjukkan bahwa metode parametrik lebih baik dari pada metode nonparametrik, sedangkan hasil dari simulasi dengan sebaran normal diperoleh kombinasi hasil yang berbeda-beda, untuk simulasi dengan sebaran normal dengan tiga rata-rata sama diperoleh bahwa uji parametrik lebih baik, untuk simulasi sebaran normal dengan dua rata-rata sama, satu berbeda diperoleh bahwa uji nonparametrik lebih baik, dan untuk simulasi dengan sebaran normal untuk tiga rata-rata berbeda, metode parametrik sama baiknya dengan metode nonparametrik.

Kata Kunci : RAKLD, Uji Friedman, Uji Anderson

1. Latar Belakang

Setiap melakukan percobaan diperlukan rancangan percobaan agar mendapatkan hasil yang diinginkan. Salah satu aspek utama rancangan percobaan adalah mengenai efisiensi. Terdapat beberapa rancangan percobaan yang dapat diterapkan dalam sebuah percobaan, sehingga ketepatan pemilihan rancangan akan membawa pada analisa obyektif demi tercapainya tujuan percobaan.

Salah satu metode rancangan percobaan adalah rancangan acak kelompok lengkap. Untuk rancangan ini tiap satuan percobaan dalam satu blok harus bersifat homogen dan antar blok bersifat heterogen. Rancangan acak kelompok lengkap merupakan suatu rancangan percobaan dimana dalam suatu kelompok (blok) satuan percobaan terdapat t perlakuan yang muncul dalam jumlah yang sama dan sejumlah t perlakuan tersebut ditempatkan secara acak pada tiap blok.

Tujuan rancangan percobaan secara khusus adalah untuk mengukur pengaruh perlakuan. Pada rancangan acak kelompok lengkap juga dilakukan pengaruh perlakuan. Pengaruh perlakuan ini terbagi dua yaitu pengaruh perlakuan tetap dan pengaruh perlakuan acak. Pengaruh perlakuan tetap artinya sampel perlakuan lapangan tidak digunakan untuk

generalisasi populasi perlakuan sedangkan pengaruh perlakuan acak adalah sampel perlakuan digunakan untuk generalisasi populasi perlakuan.

Pengaruh perlakuan pada rancangan acak kelompok lengkap ini menguji kesamaan pengaruh perlakuan tetap dari beberapa populasi. Pada pengujian hipotesis didasarkan pada asumsi mengenai pengambilan sampel dari setiap populasi. Suatu distribusi populasi tidak dapat diasumsikan normal apabila pada kondisi data berskala nominal dan ordinal (Daniel, 1989).

Pada statistika nonparametrik terdapat beberapa pengembangan pengujian untuk pengaruh tetap perlakuan, salah satu ujinya dalam rancangan acak kelompok lengkap yang umum digunakan adalah uji Friedman yang pertama kali diperkenalkan pada tahun 1937. Uji yang hampir sama yaitu uji Anderson pertama kali diperkenalkan pada tahun 1959. Uji ini juga didasarkan pada pemeringkatan data namun berbeda rumusan dengan uji Friedman.

Uji Friedman sering digunakan karena prosedurnya tidak terlalu rumit sedangkan uji Anderson jarang digunakan karena prosedurnya yang sulit dan tabel peluang pasti dari uji Anderson ini sulit diperoleh.

Melalui studi literatur, penelitian ini akan membahas tentang pengaruh perlakuan tetap dengan menggunakan uji Friedman dan uji Anderson, selain itu penelitian ini akan mengkaji lebih dalam mengenai prosedur uji Friedman dan uji Anderson serta memperoleh tabel peluang pastinya.

2. Statistika Inferensia dan Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Statistika Inferensia atau statistika induktif adalah statistika yang menggunakan data dari suatu sampel, untuk menarik kesimpulan mengenai populasi dari mana sampel tersebut diambil. Pengambilan kesimpulan mengenai keseluruhan populasi berdasarkan data yang ada dari sampel, kesimpulan ini membutuhkan asumsi dimana terdapat beberapa persyaratan atau kondisi-kondisi tertentu yang harus dipenuhi. Dalam statistik inferensia ini, asumsi yang harus dipenuhi yaitu bentuk distribusinya diketahui, misalnya saja populasi tersebut berdistribusi normal.

Komponen-komponen penting dalam statistika inferensia, yaitu membuat dugaan tentang parameter populasi dan menguji hipotesis tentang karakteristik populasi. Terdapat dua macam teknik statistika inferensia yang dapat digunakan untuk menguji hipotesis penelitian, yaitu statistika parametrik dan statistika nonparametrik. Kedua jenis statistik ini bekerja menggunakan data sampel, dan pengambilan sampelnya harus dilakukan secara acak. Perbedaan dalam kedua statistik ini yaitu pada pemenuhan suatu persyaratan atau asumsi, persyaratan atau kondisi terpenuhi maka digunakan statistika parametrik. Sebaliknya apabila asumsi tidak dipenuhi maka digunakan statistika nonparametrik.

2.1 Statistika Parametrik

Statistika parametrik adalah suatu metode pengujian statistika yang modelnya menetapkan adanya syarat-syarat tertentu tentang parameter populasi yang merupakan sumber sampel penelitian. Sesuai dengan namanya yaitu statistika parametrik maka parameter merupakan komponen penting dalam pengujiannya, dimana parameter adalah suatu indikator dari suatu distribusi hasil pengukuran. Indikator dari distribusi pengukuran berdasarkan statistika parametrik digunakan untuk menjadi parameter bagi distribusi normal. Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam penerapan statistika parametrik sebagai berikut:

1. Distribusi dari suatu sampel yang dijadikan objek pengukuran berasal dari distribusi populasi yang diasumsikan berdistribusi normal.
2. Sampel diperoleh secara acak, dengan jumlah yang dianggap dapat mewakili populasi.
3. Skala pengukuran harus berbentuk rasio atau interval (kontinu) atau skala nominal yang terlebih dahulu diubah menjadi proporsi (diolah menggunakan distribusi kaidrat).

Apabila semua syarat-syarat ini semua terpenuhi, maka baru diterapkan metode statistik parametrik.

2.2 Statistika Nonparametrik

Statistika nonparametrik adalah kebalikan dari statistika parametrik. Metode statistik nonparametrik tidak menetapkan syarat-syarat tertentu tentang bentuk distribusi parameter populasinya. Menurut Nugroho (2008), statistika dapat dikatakan nonparametrik apabila memenuhi paling sedikit satu kriteria sebagai berikut:

1. Metode ini digunakan untuk data pengamatan dengan skala nominal.
2. Metode ini digunakan untuk data pengamatan dengan skala ordinal.
3. Metode ini dapat digunakan pada data dengan skala pengukuran interval atau rasio, dimana fungsi sebaran peubah acak yang menghasilkan data tak diketahui atau diketahui kecuali untuk sebanyak tak hingga parametrik yang tak diketahui.

2.2 Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar merupakan salah satu metode dari rancangan percobaan. Rancangan ini terjadi apabila kelompok dari satuan percobaan terdapat t perlakuan, yang muncul dalam jumlah yang sama dan sejumlah t perlakuan tersebut ditempatkan secara acak pada tiap blok. Syarat satuan percobaan pada rancangan acak kelompok lengkap adalah dalam satu blok harus bersifat homogen dan antar blok bersifat heterogen. Apabila dalam setiap percobaan terdapat perbedaan, maka dalam percobaan tersebut ada faktor lain yang berpengaruh pada besarnya respon. Pengaruh tersebut dapat ditentukan dan digunakan dalam formasi blok-blok tersebut.

2.3.1 Kelebihan dan Kekurangan Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Menurut Nugroho (2008) beberapa kelebihan dan kekurangan dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar adalah sebagai berikut:

1. Analisis dapat dilakukan dengan mudah dan langsung.
2. Hasil lebih akurat apabila pemblokkan dilakukan secara benar.

3. Sensifitas yang tinggi (naik).
 4. Fleksibel dan luwes. Tidak ada batasan jumlah perlakuan dan atau blok.
- Bagaimanapun baiknya suatu metode maupun prosedur pasti memiliki beberapa kekurangan, berikut ini terdapat beberapa kekurangan atau kerugian dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar antara lain:

1. Bila jumlah perlakuan yang banyak, blok-blok yang homogen mungkin sukar didapatkan. Semakin banyak satuan percobaan tiap blok, semakin besar kemungkinan satuan percobaan, satuan percobaan yang homogen.
2. Jika blok dan perlakuan berinteraksi, rancangan acak kelompok tidak tepat bila digunakan.

2.3.2 Syarat Pengelompokan dan Penempatan Perlakuan

Syarat pengelompokan yaitu keragaman (variasi) dalam kelompok lebih kecil dibandingkan keragaman antar kelompok. Apabila pengelompokan tidak baik, maka sama saja melakukan percobaan dengan Rancangan Acak Lengkap.

2.3.3 Model Linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Model adalah sesuatu yang dibuat untuk menirukan keadaan yang sesungguhnya dalam kehidupan. Model terbagi dua yaitu model matematis dan model statistik. Model RAKLD ini termasuk model statistik, dan merupakan pengembangan sederhana dari rancangan acak lengkap, dengan komponen tambahan yaitu pemblokkan. Total variasi pada RAKLD, dibagi menjadi tiga yaitu variasi pemblokkan, variasi perlakuan, dan variasi galat.

Model pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dikatakan linier karena pangkat parameternya satu. Model linier RAKLD dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, \dots, t \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (2.1)$$

Dimana :

Y_{ij}	=	nilai pengamatan perlakuan ke- i dan ulangan atau blok ke- j
μ	=	rata-rata umum
β_j	=	pengaruh kelompok atau blok ke- j
τ_i	=	pengaruh perlakuan ke- i
ε_{ij}	=	komponen acak (galat)

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi agar inferensia *valid*, untuk model pengaruh tetap adalah:

1. ε_{ij} menyebar bebas identik menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk tiap i dan j .
2. selain itu harus terpenuhinya asumsi bahwa $\sum_i \tau_i = 0$ dan $\sum_j \beta_j = 0$.

Dari model linier pada persamaan (2.1), dapat dicari penduga sampel bagi masing-masing parameter dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, sehingga diperoleh penduga parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat.

$$\varepsilon_{ij} = Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j \quad (2.2)$$

Sehingga, diperoleh

$$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ij}^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j)^2 \quad (2.3)$$

Misalkan

$$Q = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ij}^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j)^2 \quad (2.4)$$

- Untuk mencari penduga μ , Q diturunkan terhadap μ , sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu} = -2 \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j) \quad (2.5)$$

Sehingga, diperoleh penduga bagi μ yakni

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{1}{rt} \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij} \\ \hat{\mu} &= \bar{Y}_{..} \end{aligned} \quad (2.6)$$

- Untuk mencari penduga τ_i , Q diturunkan terhadap τ_i , sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_i} = -2 \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j) \quad (2.7)$$

$$\hat{\tau}_i = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r Y_{ij} - \frac{r}{r} \hat{\mu} \quad (2.8)$$

$$\hat{\tau}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$$

- Untuk mencari penduga β_j , Q diturunkan terhadap β_j , sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_j} = -2 \sum_{i=1}^t (Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j) \quad (2.9)$$

$$\hat{\beta}_j = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t Y_{ij} - \hat{\mu} \quad (2.10)$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$$

Sisanya adalah

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..} - (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) - (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) \\ &= \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} \\ &= \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Selanjutnya, model diganti dengan penduganya

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ij} &= \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}) \\ (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..}) &= (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

karena nilai A , B , dan C adalah 0, sehingga diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})^2 \\ &= r \sum_{i=1}^t (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$+ \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y}_{..})^2$$

Sehingga diperoleh suatu hubungan persamaan:

$$JK[Total] = JK[Perlakuan] + JK[Blok] + JK[Galat] \quad (2.15)$$

2.3.4 Tabel ANAVA dan Perhitungan Jumlah Kuadrat Pada RAKLD

Tabel 2.3 ANAVA untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	NHKT Model Tetap
Blok	$r - 1$	JKB	KTB	$\sigma_{\epsilon}^2 + t\phi_{\rho}^2$
Perlakuan	$t - 1$	JKP	KTP	$\sigma_{\epsilon}^2 + t\phi_{\rho}^2$
Galat	$(r - 1)(t - 1)$	JKG	KTG	σ_{ϵ}^2
Total	$rt - 1$	JKT		

Sumber : Lentner & Bishop, 1986.

Apabila asumsi model tetap ini terpenuhi maka tahapan dilanjutkan dengan pengujian hipotesis, pembuatan selang kepercayaan, serta perbandingan. Untuk model tetap digunakan hipotesis

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

H_1 : sedikitnya ada sepasang $\tau_i \neq \tau_j$, dengan $i \neq j$.

Setelah menentukan hipotesis, selanjutnya dilakukan pengujian pada taraf uji α , uji yang digunakan adalah uji F dimana pengujian ini berasal dari rasio atau hasil pembagian antara:

$$KTP = \frac{JKP}{t - 1}$$

$= \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}{t - 1}$	(2.20)
$KTG = \frac{JKG}{(t - 1)(r - 1)}$	
$= \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})^2}{(t - 1)(r - 1)}$	(2.21)

Berdasarkan rumusan diatas dapat dilihat bahwa Kuadrat Tengah Perlakuan (*KTP*) berdistribusi kai-kuadrat dengan derajat bebas $(t - 1)$ dan untuk Kuadrat Tengah Galat (*KTG*) juga berdistribusi kai-kuadrat dengan derajat bebas $(t - 1)(r - 1)$. Hasil pembagian atau rasio dari *KTP* dan *KTG* ini menjadi berdistribusi *F*. Sehingga diperoleh statistik uji untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar, dengan rumusan sebagai berikut:

$F = \frac{KTP}{KTG}$	(2.22)
-----------------------	--------

Setelah diperoleh nilai *F*, selanjutnya nilai tersebut dibandingkan dengan nilai *F* tabel dengan derajat bebas $(t - 1), (t - 1)(r - 1)$.

3. Uji Friedman

Uji Friedman pertama kali diperkenalkan oleh Friedman pada tahun 1937. Metode ini dianalisis minimal menggunakan data yang diukur dalam skala ordinal. Bila data yang terkumpul berbentuk interval atau rasio, maka data tersebut harus diubah ke dalam data ordinal. Metode uji Friedman ini digunakan untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan tetap dari dua atau lebih populasi.

3.1 Asumsi-Asumsi pada Uji Friedman

Terdapat beberapa asumsi yang perlu diperhatikan dalam uji Friedman, asumsi-asumsi ini ada yang perlu dipenuhi dan ada pula asumsi yang tidak perlu dipenuhi, asumsi yang perlu dipenuhi antara lain:

1. Data diukur paling sedikit dalam skala ordinal.
2. Data terdiri atas *r* buah sampel (blok) berukuran *t* yang saling bebas. Nilai pengamatan ke-*i* dalam sampel atau blok ke-*j* kita sebut *X_{ij}*.
3. Variabel yang diambil harus kontinu.
4. Tidak ada interaksi antara blok-blok dan perlakuan-perlakuan.
5. Nilai-nilai pengamatan dalam masing-masing blok boleh diperingkat menurut besarnya.

6. Sampel-sampel yang mendapat perlakuan tidak saling bebas terdapat pada dua keadaan, yaitu sebuah sampel mengalami beberapa t kali pengukuran, atau beberapa sampel mengalami pencocokan (Murti, 1996).

3.2 Kriteria Pengujian Friedman

Sebelum melakukan pengujian dengan uji Friedman, terdapat beberapa langkah-langkah atau prosedur yang harus dipenuhi. Langkah pertama pada pengujian ini terlebih dahulu berikanlah peringkat terhadap nilai-nilai pengamatan dalam masing-masing blok, mulai dari 1 untuk nilai pengamatan terkecil sampai t untuk nilai pengamatan terbesar, hal ini juga berlaku sebaliknya yaitu pemberian peringkat mulai dari 1 untuk nilai pengamatan terkecil sampai t untuk nilai pengamatan terbesar. Bila terdapat beberapa angka sama dalam blok, angka-angka sama diberi peringkat rata-rata, menurut posisi peringkat jika tidak terdapat angka sama. Langkah selanjutnya adalah menjumlahkan peringkat pada masing-masing perlakuan. Hasil penjumlahan ini dinotasikan dengan R_i , dimana $i = 1, 2, 3, \dots, t$. Pada keadaan H_1 diterima, jumlah peringkat pada masing-masing tingkat perlakuan itu haruslah sama.

Tabel 3.1 Layout Data untuk Uji Friedman

Perlakuan		1	2	3	...	t
Blok	1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1t}
	2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2t}
	3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3t}

	r	X_{r1}	X_{r2}	X_{r3}	...	X_{rt}

Menentukan hipotesis yang akan digunakan pada pengujian statistika nonparametrik merupakan hal yang sangat penting. Dalam pengujian nonparametrik ini hipotesis yang digunakan adalah hipotesis nol dan hipotesis tandingan (alternatif). Hipotesis nol, ditulis sebagai H_0 , yang lazimnya merupakan hipotesis yang dicoba untuk ditolak. Sedangkan hipotesis tandingan, ditulis dengan H_1 , lazimnya merupakan hipotesis yang dicoba untuk diterima.

Hipotesis pada uji Friedman ini adalah

H_0	=	setiap perlakuan mempunyai pengaruh yang sama.
H_1	=	sedikitnya ada sepasang perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak sama.

Selanjutnya menetapkan taraf nyata pengujian (α). Taraf nyata yang sering digunakan adalah 0,01 atau 0,05. Taraf nyata ini memiliki arti bahwa dalam 100 kali percobaan, kesalahan paling banyak terjadi 1 atau 5 kali.

Berdasarkan *Layout* data uji Friedman pada Tabel 3.1, memperlihatkan bahwa dengan uji Friedman, terdapat satuan percobaan yang dikelompokkan menurut perbedaan perlakuan, dan juga dikelompokkan menurut perbedaan subjek menjadi sejumlah blok.

Kesimpulan yang diperoleh dari uji Friedman yaitu apakah sejumlah k kelompok perlakuan berasal dari populasi yang sama. Misalkan bahwa R_i menotasikan jumlah peringkat (rank) pada perlakuan ke- i , dapat dituliskan nilai harapan R_i :

$$R_i = \frac{r(t+1)}{2} \quad (3.1)$$

Dimana:

r = banyaknya blok.

t = banyaknya perlakuan.

Peringkat pada uji Friedman pada setiap blok dijumlahkan dan dirumuskan sebagai berikut:

$$S = \sum_{i=1}^t \left[R_i - \frac{r(t+1)}{2} \right]^2 \quad (3.2)$$

Dengan:

R_i = jumlah peringkat teramati pada perlakuan ke- i , dan $i = 1, 2, 3, \dots, t$.

Sehingga statistik uji Friedman merupakan perbandingan antara jumlah peringkat teramati dengan jumlah peringkat harapan dan dinotasikan sebagai berikut:

$$T = \frac{12}{rt(t+1)} \sum_{i=1}^t \left[R_i^2 - \frac{r(t+1)}{2} \right]^2 \quad (3.3)$$

Alternatif rumus dari statistik uji T adalah

$$T = \frac{12}{rt(t+1)} \sum_{i=1}^t R_i^2 - 3r(t+1) \quad (3.4)$$

4. Uji Anderson

Pada tahun 1959, Anderson mengusulkan suatu uji nonparametrik untuk menganalisa data pada blok teracak. Uji ini merupakan metode nonparametrik yang digunakan untuk melakukan analisa varian dua arah pada rancangan acak kelompok lengkap.

Uji Anderson merupakan variasi dari uji Friedman dalam menganalisa pengaruh perlakuan tetap pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap. Uji ini hanya terdapat satu pengamatan untuk setiap perlakuan di dalam setiap blok, uji ini digunakan pada saat tidak diperhitungkan asumsi kenormalan dari distribusi sampel.

Data hasil pengamatan pada uji ini berupa peringkat, sehingga data ini tergolong pada tipe data ordinal.

4.1 Asumsi dan Hipotesis

Asumsi-asumsi yang digunakan untuk uji Anderson adalah sebagai berikut:

1. Data terdiri dari n blok yang berisi s satuan percobaan yang saling bebas (hasil dalam setiap blok tidak berpengaruh dengan hasil akhir dalam blok-blok lainnya).
2. Dalam masing-masing blok pengamatan diperingkat mengikuti kriteria-kriteria tertentu, pemeringkatan dimulai dari nilai pengamatan terkecil hingga yang terbesar pada setiap blok.

4.2 Kriteria Pengujian Anderson

Sebelum melakukan uji Anderson, terdapat beberapa langkah-langkah yang harus diperhatikan, langkah pertama adalah data hasil pengamatan pada setiap blok diperingkat dari yang terkecil sampai data terbesar, kemudian peringkat-peringkat pada setiap blok dijumlahkan yang dinotasikan dengan D_{kj} yaitu banyaknya blok pada perlakuan j yang memperoleh peringkat k .

Dimana pada kondisi biasa merupakan distribusi Kai-kuadrat atau biasa ditulis dengan χ^2 statistik untuk kehomogenan atau kebebasan.

Prosedur pengujian Anderson adalah:

1. Hipotesis yang digunakan pada pengujian ini

H_0	=	setiap perlakuan mempunyai pengaruh yang sama.
H_1	=	sedikitnya ada sepasang perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak sama.

2. Statistik anderson untuk s berukuran kecil digunakan perhitungan dengan rumus:

$$A = \frac{s}{n} \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^s \left(D_{kj} - \frac{n}{s} \right)^2 \quad (4.1)$$

Dimana:

n = jumlah blok

s = jumlah perlakuan

Sedangkan untuk statistik uji Anderson ukuran perlakuan (s) besar, maka digunakan distribusi χ^2 dihitung dengan

$$\frac{s-1}{s} A \quad (4.2)$$

Kriteria penolakan hipotesis nol yang digunakan adalah: Tolak hipotesis nol pada taraf α jika nilai $p < \alpha$, dimana nilai p diperoleh dari Lampiran 11, berdasarkan nilai statistik uji yang diperoleh.

Pada ukuran sampel besar untuk uji Friedman dan uji Anderson memiliki distribusi χ^2 , dengan derajat bebas $(t-1)$ untuk Friedman dan $(s-1)^2$ untuk Anderson. Semakin besar ukuran perlakuan, maka perhitungan memerlukan waktu yang lama untuk

menyelesaikannya, sehingga diperlukan pendekatan tabel kai-kuadrat untuk memperoleh keputusan pengujiannya.

Tabel 4.1 Layout Data untuk Uji Anderson

Peringkat		1	2	3	...	s	Total
Perlakuan	1	D_{11}	D_{12}	D_{13}	...	D_{1s}	n
	2	D_{21}	D_{22}	D_{23}	...	D_{2s}	n
	3	D_{31}	D_{32}	D_{33}	...	D_{3s}	n
	
	s	D_{s1}	D_{s2}	D_{s3}	...	D_{ss}	n
Total		n	n	n	...	n	ns

5. Simulasi

Simulasi data untuk uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik) ini akan dibandingkan dengan uji serupa, dengan menggunakan analisis varian untuk metode parametrik pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar. Simulasi ini dilakukan menggunakan data bangkitan yang berasal dari distribusi seragam, dan distribusi normal.

5.1 Simulasi untuk Distribusi Seragam

Pada teladan simulasi ini menggunakan data bangkitan yang berdistribusi seragam dengan jumlah blok sebanyak 4, dan jumlah perlakuan sebanyak 3. Simulasi dan pengujian yang akan dilakukan ini menggunakan Microsoft Excel.

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan sama seperti perhitungan yang dilakukan dalam teladan penerapan pada bab sebelumnya. Untuk metode nonparametrik perhitungan dilakukan dengan menggunakan statistik uji dari masing-masing uji, kemudian menentukan nilai peluang yang dapat dilihat menggunakan tabel distribusi peluang, untuk uji Friedman, dan uji Anderson. Setelah didapatkan nilai peluang pada tabel distribusi pasti, maka tentukan signifikansi, apakah nilai peluang ini signifikan pada taraf 0,01, signifikan pada taraf 0,05, atau tidak signifikan. Hal yang sama juga dilakukan pada RAKLD (metode parametrik), perhitungan dilakukan untuk memperoleh nilai F hitung, kemudian menentukan nilai peluang yang akan digunakan untuk menentukan signifikansi.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 3). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.1 Perbandingan Hasil Pada Distribusi Seragam

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	942	964	948
Signifikan	58	36	52

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran seragam, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat 58 yang signifikan, untuk uji Friedman terdapat 36 nilai yang signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 52 nilai yang signifikan. Berdasarkan jumlah nilai signifikan pada kedua metode tersebut diketahui bahwa RAKLD memiliki nilai signifikansi yang lebih besar dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran seragam ini, RAKLD (metode parametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik).

5.2 Simulasi untuk Distribusi Normal

Pada teladan simulasi ini menggunakan data bangkitan yang berdistribusi normal dengan jumlah blok sebanyak 4, dan jumlah perlakuan sebanyak 3. Simulasi ini akan dikelompokkan menjadi tiga bagian dengan membedakan rata-rata yang digunakan, sebagai berikut:

1. Simulasi pertama menggunakan data bangkitan dengan tiga rata-rata yang sama.
2. Simulasi kedua menggunakan data bangkitan dengan dua rata-rata sama, dan satu rata-rata berbeda.
3. Simulasi dengan ketiga rata-rata yang berbeda.

Ketiga bagian pengelompokkan ini menggunakan nilai standar deviasi yang sama. Simulasi dan pengujian yang akan dilakukan ini dilakukan menggunakan Microsoft Excel.

5.2.1 Simulasi untuk Distribusi Normal dengan Rata-Rata Sama

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan hampir sama seperti perhitungan yang dilakukan untuk simulasi berdistribusi seragam, yang membedakan hanyalah data dibangkitkan dengan distribusi normal untuk nilai ketiga rata-rata yang sama pada ketiga perlakuan. Untuk metode nonparametrik perhitungan dilakukan dengan menggunakan statistik uji dari masing-masing uji, kemudian menentukan nilai peluang yang dapat dilihat menggunakan tabel distribusi peluang, untuk uji Friedman, dan uji Anderson. Setelah didapatkan nilai peluang pada tabel distribusi pasti, maka tentukan signifikansi, apakah nilai peluang ini signifikan pada taraf 0,01, signifikan pada taraf 0,05, ataupun tidak signifikan. Hal yang sama juga dilakukan pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD), perhitungan dilakukan untuk

memperoleh nilai F hitung, kemudian menentukan nilai peluang yang akan digunakan untuk menentukan signifikansi.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 5). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.2 Perbandingan Hasil Pada Distribusi Normal Rata-Rata Sama

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	932	953	937
Signifikan	68	47	63

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran normal, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat 68 yang bernilai signifikan, untuk uji Friedman terdapat 47 yang bernilai signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 63 bernilai signifikan. Berdasarkan jumlah signifikansi pada kedua metode terlihat bahwa RAKLD memiliki nilai signifikan yang lebih besar dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran normal ini, RAKLD (metode parametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik).

5.2.2 Simulasi untuk Distribusi Normal dengan Dua Rata-Rata Sama dan Satu Berbeda

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan hampir sama seperti perhitungan yang dilakukan untuk simulasi pada subbab 5.2.1, yang membedakan hanyalah data dibangkitkan berdistribusi normal dengan dua nilai rata-rata yang sama, dan satu rata-rata berbeda untuk ketiga perlakuan.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 7). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.3 Perbandingan Hasil dengan Dua Rata-Rata Sama, Satu Berbeda

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	946	957	940
Signifikan	54	43	60

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran normal dengan dua rata-rata berbeda, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat sejumlah 54 nilai yang signifikan, untuk uji Friedman terdapat 43 nilai yang signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 60 nilai yang signifikan. Berdasarkan jumlah signifikansi pada kedua metode terlihat bahwa uji Anderson memiliki nilai signifikan yang lebih besar dibandingkan uji Friedman, dan RAKLD, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran normal dengan dua rata-rata berbeda ini, uji Anderson (metode nonparametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan RAKLD (metode parametrik).

5.2.3 Simulasi untuk Distribusi Normal dengan Ketiga Rata-Rata Berbeda

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan hampir sama seperti perhitungan yang dilakukan untuk simulasi pada subbab 5.2.2 yang membedakan hanyalah data dibangkitkan dengan nilai ketiga rata-rata yang berbeda untuk ketiga perlakuan. Untuk metode nonparametrik perhitungan dilakukan dengan menggunakan statistik uji dari masing-masing uji, kemudian menentukan nilai peluang yang dapat dilihat menggunakan tabel distribusi peluang, untuk uji Friedman, dan uji Anderson. Setelah didapatkan nilai peluang yang tepat, maka tentukan signifikansi, apakah nilai peluang ini signifikan pada taraf 0,01, signifikan pada taraf 0,05, ataupun tidak signifikan. Hal yang sama juga dilakukan pada rancangan acak kelompok dasar (metode parametrik), perhitungan dilakukan untuk memperoleh nilai F hitung, kemudian menentukan nilai peluang yang akan digunakan untuk menentukan signifikansi.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 9). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.4 Perbandingan Hasil dengan Ketiga rata-Rata Berbeda

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	942	954	942
Signifikan	58	46	58

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran normal, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat 58 nilai yang signifikan, untuk uji Friedman terdapat 46 bernilai signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 58 nilai yang signifikan. Berdasarkan jumlah signifikansi pada kedua metode terlihat bahwa RAKLD memiliki nilai yang sama dengan uji Anderson yaitu berjumlah 58, nilai ini lebih besar dibandingkan uji Friedman, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran normal ini baik RAKLD (metode parametrik) dan uji Anderson lebih baik dibandingkan uji Friedman.

6. Penutup

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab-bab sebelumnya dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

- Tabel distribusi pasti untuk uji Friedman dan uji Anderson digunakan untuk pengujian dengan ukuran sampel kecil, sedangkan untuk ukuran sampel yang besar digunakan distribusi asimptotik.
- Uji Friedman dan uji Anderson adalah alternatif yang digunakan apabila rancangan acak kelompok dasar tidak dipenuhi.
- Berdasarkan hasil simulasi dengan sebaran seragam untuk ukuran jumlah perlakuan 3, dan blok 4, diperoleh bahwa RAKLD (metode parametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik). Hal ini karena metode parametrik menghasilkan nilai signifikan yang lebih besar dibandingkan pada metode nonparametrik.
- Hasil simulasi menggunakan sebaran normal untuk ukuran jumlah perlakuan 3, dan blok 4 dengan tiga kombinasi rata-rata, diperoleh hasil yang berbeda-beda, untuk simulasi dengan ketiga rata-rata yang sama, RAKLD lebih baik dibandingkan dengan metode nonparametrik. Untuk simulasi dengan dua rata-rata sama, dan satu rata-rata berbeda diperoleh hasil bahwa uji Anderson lebih baik karena menghasilkan nilai yang lebih signifikan dibandingkan dengan uji Friedman, dan RAKLD, dan untuk simulasi dengan ketiga rata-rata yang berbeda, uji Anderson, dan RAKLD lebih baik dibandingkan uji Friedman.

6.2 Saran

Penulisan pada skripsi ini terbatas menggunakan data bangkitan dengan sebaran normal dengan kombinasi banyaknya perlakuan yang digunakan mempengaruhi kombinasi rata-rata, selain itu ukuran simulasi juga terbatas pada 1000 simulasi. Untuk itu diharapkan agar pengembangan dari penulisan ini dapat berkelanjutan dengan menggunakan simulasi dengan distribusi selain normal, ukuran simulasi yang digunakan lebih bervariasi, serta ukuran kombinasi perlakuan yang berbeda, sehingga diharapkan dapat menghasilkan kesimpulan yang lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim. 2010. *Anova*.
<http://statistikkelasakelompok9anova.blogspot.com/2009/12/anova.html>
- [2] Conover, W.J. 1971. *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley and Sons. New York
- [3] Daniel, W.W. 1989. *Statistik Nonparametrik Terapan*. PT Gramedia. Jakarta
- [4] Djarwanto PS. 2001. *Mengenal Beberapa Uji Statistik Nonparametrik Terapan*.

PT Gramedia. Jakarta

- [5] Gibbons, J. D. dan S. Chakraborti. 2003. *Nonparametric Statistical Inference (Fourth Edition)*. Marcel Dekker, Inc. United States of America
- [6] Hinkelmann, K. dan O. Kempthorne. 2008. *Design and Analysis of Experiments (Second Edition)*. John Wiley and Sons. Canada
- [7] Kurtz, N. R. 1983. *Introduction to Social Statistics*. McGraw Hill International. Book Company. Japan
- [8] Lentner, M. dan T. Bishop. 1986. *Experimental Design and Analysis*. Valley Book Company. Blackburg
- [9] Levin, J. dan J. A. Fox. 1991. *Elementary Statistics in Social Research (5th Edition)*. Harper Collins Publishers. United States of America
- [10] McClave, J. T. dan F. H. Dietrich. 1979. *Statistics*. Dellen Publishing Company. San Francisco, California
- [11] Murti, B. 1996. *Penerapan Metode Statistik Nonparametrik dalam Ilmu-Ilmu Kesehatan*. PT Gramedia. Jakarta
- [12] Nugroho, S. 2008. *Rancangan Percobaan*. UNIB Press. Bengkulu
- [13] _____. *Statistika Nonparametrik*. UNIB Press. Bengkulu
- [14] _____. 2009. *Simulasi*.
<http://sutanto.staff.uns.ac.id/files/2009/03/ikhwan.pdf>. 8 Agustus 2010
- [15] Rayner, J. C. W dan D. J. Best. *Nonparametric Test for Data in Randomised Blocks with Ordered Alternatives*. Journal of Applied Mathematics & Decision Sciences, Vol 3, No.2. 1999, pp. 143-153. http://www.emis.de/journals/HOA/JAMDS/Volume3_2/153.pdf
- [16] Rayner, J. C. W dan D. J. Best. 2001. *Contingency Table Approach to Nonparametric Testing*. Chapman & Hall. United States of America
- [17] Siegel, S. 1992. *Statistik Nonparametrik Untuk Ilmu-Ilmu Sosial*. PT Gramedia. Jakarta
- [18] Sprent, P. dan N. C. Smeeton. 2001. *Applied Nonparametric Statistical Methods*. CRC Press LLC. United States of America
- [19] Steel, R. G. D. dan J. H. Torre. 1981. *Principles and Procedures of Statistics a Biometrical Approach (Second Edition)*. McGraw Hill International Editions Book Company. Singapore
- [20] Sugiyono. 2007. *Statistik Nonparametris*. CV Alfabeta. Bandung