

APLIKASI FUNGSI TRANSFER PADA DATA DEBIT AIR DI PLTA TES (Studi Kasus: PLTA Tes di Kabupaten Lebong Provinsi Bengkulu)

Melda Juliza¹, Sigit Nugroho², dan Jose Rizal³
Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Bengkulu
Email: mhezawilantara@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model dari data debit air terhadap data curah hujan dengan mengaplikasikan fungsi transfer berdasarkan data debit air dari tanggal 01 Januari sampai dengan 31 Desember 2013 dan meramalkan debit air sebanyak 3 periode ke depan. Penelitian diawali dengan pemodelan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) dan dilanjutkan dengan pemodelan fungsi transfer. Debit air sebagai deret output dan curah hujan sebagai deret input. Pemodelan ARIMA deret input diperoleh model terbaik berdasarkan kriteria MSE yaitu model ARIMA(0,1,2). Pemodelan fungsi transfer dilakukan dengan pemutihan deret input dan output, korelasi silang dan pembobotan respon impuls dan diperoleh model fungsi transfer terbaik FT(1,1,1)(1,1). Model fungsi transfer untuk data debit air adalah:

$$y_t = (1,53932)y_{t-1} + (0,59092)y_{t-2} + (0,23998)x_{t-1} - (0,27998)x_{t-2} + (0,07639)x_{t-3} + a_t - (0,76598)a_{t-1} + (0,77401)a_{t-2}$$

Hasil peramalan menggunakan model fungsi transfer (1,1,1)(1,1) yaitu tanggal 01 Januari 2014 sebesar $39.07, 02 \frac{m^3}{s}$ Januari 2014 sebesar $38.89 \frac{m^3}{s}$ dan 03 Januari 2014 sebesar $38.41 \frac{m^3}{s}$.

Kata kunci: debit air, curah hujan, ARIMA, fungsi transfer.

I. PENDAHULUAN

PLTA adalah salah satu pembangkit yang memanfaatkan aliran air untuk diubah menjadi energi listrik. Pembangkit listrik ini bekerja dengan cara merubah energi air yang mengalir dari bendungan atau air terjun menjadi energi mekanik dengan bantuan turbin air dan dari energi mekanik menjadi energi listrik dengan bantuan generator, kemudian energi listrik tersebut dialirkan melalui jaringan-jaringan transmisi.

Danau Tes merupakan sumber air untuk pembangkit turbin PLTA Tes. Saat ini proses sedimentasi ke badan danau cukup mengkhawatirkan, dan apabila dilakukan pengerukan akan mengancam keberlangsungan PLTA Tes. Terjadinya pendangkalan oleh proses sedimentasi yang terus terjadi setiap waktu dapat mengancam fungsi Danau Tes sebagai sumber tenaga listrik (Haryanto, 2011).

Besarnya listrik yang dihasilkan oleh Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA) tergantung pada dua hal, yaitu head (jarak tinggi air) dan debit (besar jumlah air yang mengalir). Semakin tinggi bendungan semakin tinggi air jatuh maka semakin besar tenaga yang dihasilkan, dan semakin banyak air yang jatuh maka turbin akan menghasilkan tenaga yang lebih banyak.

Pada operasi PLTA perhitungan keadaan air yang masuk pada penampungan air dan jumlah air yang tersedia didalamnya serta perhitungan besar air yang

akan dialirkan melalui pintu saluran air untuk menggerakkan turbin merupakan suatu keharusan untuk dimiliki. Dengan demikian kontrol terhadap air yang masuk maupun yang didistribusikan ke pintu saluran air untuk menggerakkan turbin harus dilakukan dengan baik, sehingga dalam operasi PLTA dapat dijadikan sebagai dasar tindakan pengaturan efisiensi penggunaan air maupun pengamanan seluruh sistem yang diharapkan dapat beroperasi sepanjang tahun, walaupun pada musim kemarau panjang. Jumlah air yang tersedia tergantung pada jumlah air yang mengalir di sungai.

Besar kecilnya debit air dipengaruhi oleh berbagai faktor, salah satunya dipengaruhi oleh curah hujan. Jika curah hujan di suatu daerah aliran sungai sedikit maka jumlah debit airnya akan berkurang (Wahid, 2009). Diketuainya hubungan antara curah hujan pada periode tertentu dengan debit air dapat dilakukan suatu peramalan. Fungsi transfer diharapkan dapat menjelaskan pengaruh curah hujan terhadap debit air.

Fungsi transfer adalah salah satu alternatif untuk menyelesaikan permasalahan bila terdapat lebih dari satu variabel deret berkala dimana salah satu variabel berpengaruh terhadap yang lain keadaan (Bowerman and Tukey, 1979), sedangkan model fungsi transfer merupakan model peramalan deret waktu yang menggabungkan karakteristik model ARIMA dengan pendekatan kausal (Makridakis dkk, 1999).

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Debit Air

Aliran sungai atau debit adalah jumlah air yang mengalir melalui suatu penampang sungai tertentu per satuan waktu. Satuan besaran debit dalam sistem satuan SI dinyatakan dalam satuan meter kubik per detik (m^3/det). Besarnya debit air dapat diketahui dengan pengamatan dalam jangka waktu yang lama (Baros, 2009).

Debit air diukur dengan menggunakan *current-meter*, yaitu kecepatan aliran dan luas penampang basah diukur langsung di lapangan. Kecepatan aliran dihitung dengan mengukur jumlah putaran alat tersebut dalam suatu satuan waktu (Mursanto, 2010)

B. Analisis Deret Waktu

Analisis deret waktu adalah analisis dari serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap. Waktu atau periode yang dibutuhkan untuk melakukan suatu peramalan ini disebut sebagai *lead time* yang bervariasi pada tiap persoalan (Indrawati dan Sutijo, 2012).

Ciri-ciri dalam pembentukan model deret waktu adalah data stasioner. Apabila data tidak stasioner maka dilakukan *differencing* (pembedaan), yaitu deret asli diganti dengan deret selisih dengan persamaan:

$$\nabla^d X_t = (1 - B)^d X_t \quad (1)$$

Prosedur ARIMA meliputi empat tahapan untuk membentuk model ARIMA, yaitu identifikasi model dengan mengamati pola ACF dan PACF, penaksiran parameter, uji diagnosa model dan peramalan. Secara umum model ARIMA (p,d,q) dapat ditulis dalam bentuk

$$\phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \theta_q(B) a_t \quad (2)$$

C. Model Fungsi Transfer

Model fungsi transfer merupakan pengembangan dari model ARIMA. Jika deret berkala Y_t berhubungan dengan satu atau lebih deret berkala lain X_t maka dapat dibuat suatu model, model yang dihasilkan disebut fungsi transfer. Fungsi transfer adalah salah satu alternatif untuk menyelesaikan permasalahan jika terdapat lebih dari satu variabel berpengaruh terhadap yang lain keadaan. Bentuk umum model fungsi transfer *single input* adalah sebagai berikut (Makridakis dkk, 1999):

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + n_t \quad (3)$$

Tahap-tahap pembentukan model fungsi transfer adalah:

1. Prewhitening deret input

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t \quad (4)$$

Dimana nilai α_t adalah deret input yang telah mengalami prewhitening

2. Prewhitening deret output

$$\beta_t = \frac{\phi_y(B)}{\theta_y(B)} y_t \quad (5)$$

3. Fungsi korelasi silang (*cross correlation function*)

4. Penetapan (b, r, s) untuk model fungsi transfer

5. Identifikasi Model deret noise (n_t)

Taksiran awal dari deret noise adalah:

$$n_t = y_t - v_0 x_t - v_1 x_{t-1} - v_2 x_{t-2} - \dots - v_g x_{t-g} \quad (6)$$

model sementara dari deret noise di atas dapat diidentifikasi dengan menyelidiki ACF dan PACF:

$$\phi_n(B) n_t = \theta_n(B) a_t \quad (7)$$

sehingga dengan mengkombinasikan kedua persamaan tersebut dapat diperoleh model fungsi transfer:

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (8)$$

III. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari PLTA Tes dan BMKG Provinsi Bengkulu. Data tersebut adalah data harian debit air PLTA dan data harian curah hujan Kabupaten Lebong. Data yang digunakan berjumlah 365 data yaitu dari Bulan Januari sampai dengan Bulan Desember tahun 2013.

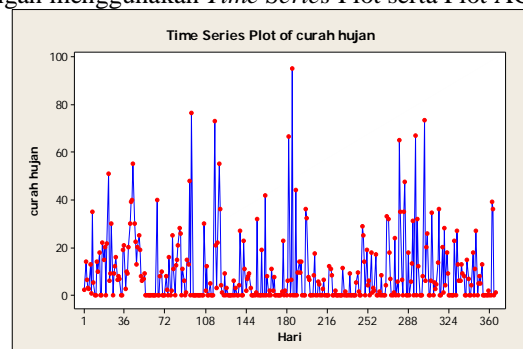
Metode analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Plot data untuk melihat kestasioneran data.
2. Identifikasi model fungsi transfer
 - a. Pengujian kestasioneran data
 - b. Pemutihan deret input dan deret output yang digunakan untuk memperoleh α_t dan β_t
 - c. Perhitungan korelasi silang dan pendugaan langsung bobot respons impuls yang digunakan untuk menentukan orde b,r,s.
 - d. Identifikasi konstanta (b,r,s) untuk model fungsi transfer yang menghubungkan deret input dan output
 - e. Penaksiran deret gangguan (n_t) dan identifikasi model ARIMA ($p_t, 0, q_t$)
3. Penaksiran parameter-parameter model fungsi transfer
4. Uji diagnosa model fungsi transfer
 - a. Perhitungan korelasi silang nilai sisa model (b,r,s) dengan deret gangguan yang telah diputihkan
 - b. Perhitungan autokorelasi dari nilai sisa model (b,r,s)
5. Peramalan dengan model fungsi transfer

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pemodelan ARIMA Deret Input

Proses pemodelan ARIMA dapat dilakukan dengan menggunakan *Time Series Plot* serta *Plot ACF*



Gambar 1. Plot data asli curah hujan

Gambar 1. menunjukkan bahwa pada deret input curah hujan belum stasioner terhadap mean, sehingga untuk menstasionerkan data, maka perlu dilakukan *differencing*.

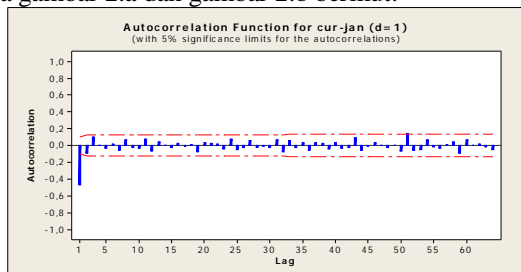
Setelah data di *differencing* maka dilakukan uji kestasioneran data dengan uji *Aughmented Dickey Fuller* (ADF), yaitu:

Tabel 1 Uji ADF debit air

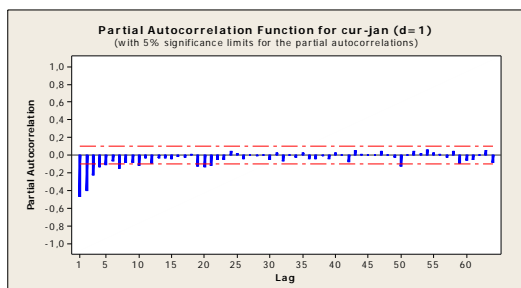
| Variabel | nilai ADF | Nilai kritis MacKinnon (5%) |
|-----------------------|-----------|-----------------------------|
| Debit air (y_t) | -15,39883 | -3,422321 |
| Curah hujan (x_t) | -15,19469 | -3,422356 |

Berdasarkan Tabel 1. nilai ADF debit air adalah -15.39883 dan nilai ADF curah hujan adalah -15.19469, keduanya lebih kecil daripada nilai kritis statistik McKinon pada selang kepercayaan 5%. Artinya data debit air dan curah hujan telah stasioner pada *differencing* pertama.

Identifikasi model ARIMA dapat dilihat dari grafik ACF dan PACF dari data yang telah stasioner, seperti pada gambar 2.a dan gambar 2.b berikut:



Gambar 2.a Plot ACF deret x_t



Gambar 2.b Plot PACF deret x_t

Berdasarkan plot ACF terlihat bahwa grafik terpotong pada *lag* pertama namun pada *lag* kedua tidak menurun drastis, grafik PACF menurun secara bertahap maka diestimasi model MA(1) atau MA(2). Berikut hasil uji parameter untuk memperoleh model ARIMA terbaik:

Tabel 2. Pendugaan parameter ARIMA curah hujan

| ARIMA | Parameter | T hitung | P-Value | MSE |
|---------|--------------|-----------|---------|-------|
| (0,1,2) | MA 1 0,9305 | 156871,12 | 0,000 | 215,2 |
| | MA 2 0,0590 | 5,59 | 0,000 | |
| (1,1,2) | AR 1 -0,5724 | -12,73 | 0,000 | 215,7 |
| | MA 1 0,3437 | 20,85 | 0,000 | |

| | | | | |
|--|-------------|-------|-------|--|
| | MA 2 0,6428 | 75,47 | 0,000 | |
|--|-------------|-------|-------|--|

Berdasarkan Tabel 2. diperoleh nilai MSE terkecil 215,2 yaitu pada model ARIMA (0,1,2) yang menunjukkan bahwa model relatif sudah dalam bentuk yang paling sederhana (*parsimonius*). Jadi, model terbaik pada data curah hujan adalah model ARIMA (0,1,2). Sehingga diperoleh persamaan model ARIMA pada curah hujan yaitu:

$$x_t = (1 - 0,9305B - 0,0590B^2)\alpha_t$$

B. Pemutihan Deret Input dan Output

Tahap pemutihan dilakukan berdasarkan model ARIMA deret input. Tahap ini digunakan unsur *white noise* model tersebut, diperoleh model pemutihan deret input x_t :

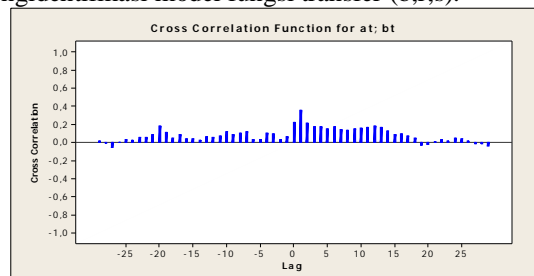
$$\alpha_t = x_t + 0,9305\alpha_{t-1} + 0,0590\alpha_{t-2}$$

Pemutihan deret output y_t diperoleh dengan cara melakukan transformasi yang sama dengan deret input, sehingga model pemutihan untuk deret output adalah:

$$\beta_t = y_t + 0,9305\beta_{t-1} + 0,0590\beta_{t-2}$$

C. Perhitungan Korelasi Silang dan Orde (b,r,s)

Tahap ini adalah tahap pembentukan awal pembentukan model fungsi transfer yaitu dengan pembuatan korelasi silang antara deret input dan output yang telah diputihkan. Korelasi silang menunjukkan hubungan antara curah hujan dengan debit air. Pola korelasi silang yang dihasilkan akan digunakan untuk mengidentifikasi model fungsi transfer (b,r,s).

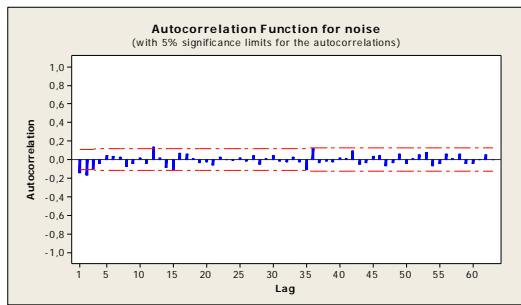


Gambar 3 Plot korelasi silang

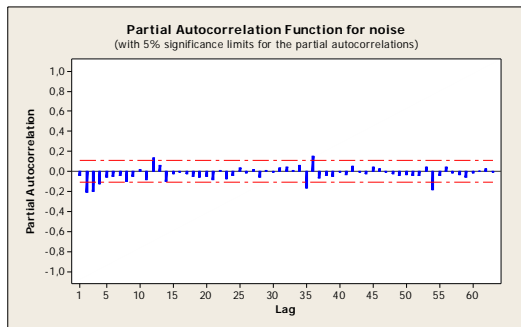
Berdasarkan hasil korelasi silang nilai yang signifikan adalah pada *lag* 1 setelah *lag* 0, sehingga parameter b bernilai 1, artinya terjadi satu hari penundaan sebelum curah hujan mulai mempengaruhi debit air di PLTA Tes. Sehingga diperoleh model fungsi transfer (b,r,s) adalah (1,0,2) dan (1,1,1).

D. Penaksiran Parameter Model Fungsi Tranfer

Setelah mengidentifikasi orde b,r,s selanjutnya menghitung nilai deret gangguan. Berikut plot ACF dan PACF deret gangguan :



Gambar 4.a Plot ACF deret gangguan



Gambar 4.b Plot PACF deret gangguan

Berdasarkan gambar 4.a dan 4.b, plot ACF terpotong pada lag 1, sehingga diperoleh model ARMA (1,1). Jadi, bentuk persamaan deret gangguan adalah sebagai berikut:

$$n_t = \frac{1 - 0,9809B}{1 - 0,7455B} a_t$$

Tabel 4 Pendugaan parameter fungsi transfer

| Model | Parameter | Taksiran | P_value |
|---------|------------|-----------|---------|
| (1,0,2) | ϕ_1 | 0,74432 | 0,0001 |
| | θ_1 | 0,95453 | 0,0001 |
| | ω_0 | 0,1988 | 0,0001 |
| | ω_1 | 0,0049819 | 0,8591 |
| (1,1,1) | ϕ_1 | 0,73155 | 0,0001 |
| | θ_1 | 0,95821 | 0,0001 |
| | ω_0 | 0,23998 | 0,0159 |
| | ω_1 | 0,10442 | 0,0001 |
| | δ_1 | 0,80777 | 0,0001 |

Berdasarkan Tabel 4, terlihat bahwa parameter yang signifikan terdapat pada model (1,1,1) maka model fungsi transfer (1,1,1) yang dipilih sebagai model terbaik untuk peramalan debit air periode hari kedepan. Sehingga persamaan model fungsi transfer untuk meramalkan debit air pada PLTA Tes dengan mempertimbangkan curah hujan sebagai faktor input adalah sebagai berikut:

$$y_t = \frac{(0,23998 - 0,10442B)}{(1 - 0,80777B)} x_{t-1} + \frac{1 - 0,95821B}{1 - 0,73155B} a_t$$

Atau dapat diubah menjadi:

$$y_t = (1,53932)y_{t-1} + (0,59092)y_{t-2} + (0,23998)x_{t-1} - (0,27998)x_{t-2} + (0,07639)x_{t-3} + a_t - (0,76598)a_{t-1} + (0,77401)a_{t-2}$$

E. Uji Diagnosa Model

Uji diagnosa model fungsi transfer dilakukan terhadap uji korelasi silang (CCF) dan autokorelasi nilai sisa, dengan tujuan untuk menguji apakah asumsi bahwa deret input yang telah diputihkan adalah bebas dari komponen *noise*.

Tabel 5 Diagnosa model fungsi transfer (1,1,1)(1,1)

| Uji | Lag | Stat Q | P_value |
|-----|-----|--------|---------|
| CCF | 5 | 2,83 | 0,4183 |
| | 11 | 3,28 | 0,9520 |
| | 17 | 8,13 | 0,9184 |
| | 23 | 13,82 | 0,8771 |
| | 29 | 16,64 | 0,9395 |
| | 35 | 21,03 | 0,9471 |
| | 41 | 22,71 | 0,9827 |
| | 47 | 26,76 | 0,9859 |
| | 53 | 32,81 | 0,9776 |
| | 59 | 36,18 | 0,9858 |
| ACF | 6 | 6,23 | 0,1824 |
| | 12 | 15,57 | 0,1127 |
| | 18 | 20,71 | 0,1898 |
| | 24 | 22,32 | 0,4410 |
| | 30 | 24,60 | 0,6497 |
| | 36 | 30,67 | 0,6316 |
| | 42 | 40,34 | 0,4550 |
| | 48 | 47,93 | 0,3945 |
| | 54 | 56,54 | 0,3093 |
| | 60 | 60,80 | 0,3755 |

Berdasarkan uji Ljung-Box pada Tabel 5, nilai p_value lebih besar dari 0,05. Artinya bahwa korelasi silang dari model tidak berbeda nyata dari nol, sehingga dapat disimpulkan residual memenuhi asumsi *white noise*. Dengan demikian, model fungsi transfer (1,1,1)(1,1) merupakan model yang layak digunakan sebagai peramalan.

F. Peramalan

Setelah dilakukan pemodelan terhadap ARIMA dan fungsi transfer dilanjutkan dengan tahap peramalan. Hasil ramalan terhadap debit air untuk 3 periode kedepan dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6 Hasil ramalan debit air berdasarkan data curah hujan

| No | Periode | Tanggal | Ramalan ($\frac{m^3}{s}$) |
|----|---------|-------------|-----------------------------|
| 1 | 366 | 01 Jan 2014 | 39,07 |
| 2 | 367 | 02 Jan 2014 | 38,89 |

| | | | |
|---|-----|-------------|-------|
| 3 | 368 | 03 Jan 2014 | 38,41 |
|---|-----|-------------|-------|

V. KESIMPULAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa model fungsi transfer yang diperoleh dapat menjelaskan hubungan debit air PLTA dengan intensitas curah hujan satu hari sebelumnya, dengan model fungsi transfer (1,1,1)(1,1) sebagai berikut:

$$y_t = (1,53932)y_{t-1} + (0,59092)y_{t-2} + (0,23998)x_{t-1} - (0,27998)x_{t-2} + (0,07639)x_{t-3} + a_t - (0,76598)a_{t-1} + (0,77401)a_{t-2}$$

Sehingga peramalan debit air 3 periode kedepan terhadap curah hujan menghasilkan nilai ramalan pada tanggal 01 Januari 2014, 02 Januari 2014 dan 03 Januari 2014 berturut-turut $39.07 \frac{m^3}{s}$, $38.89 \frac{m^3}{s}$ dan $38.41 \frac{m^3}{s}$.

Untuk penelitian selanjutnya, sebaiknya mengkaji lebih jauh hubungan antara curah hujan dan debit air, misalnya dengan menggunakan metode fungsi transfer Multivariat bahkan analisis intervensi. Ada baiknya dilakukan analisis peramalan yang lebih kompleks dengan melibatkan lebih banyak variabel input karena debit air tidak hanya dipengaruhi oleh jumlah curah hujan tetapi juga dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang sangat berpengaruh agar mendapatkan nilai ramalan yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Baros, S.A. 2009. *Pembangkitan Tenaga Air dan Aliran Sungai*. <http://tiagotetung.blogspot.com/2009/12/pembangkitan-tenaga-air-dan-aliran/>. (21 April 2014)
- Bowerman, B.L and J.W. Tukey. 1979. *Time Series and Forecasting: An Applied Approach*. Publishing Company: Boston.
- Bowerman, B.L and R.T. O'Connell. 1993. *Forecasting and Time Series*. Wadsworth: California.
- Box, G.E.P and G.M. Jenkins. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Third Edition. Prentice Hall: New Jersey.
- Brockwell, P.J and R.A. Davis. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer: USA.
- Cryer, J.D. 1986. *Time Series Analysis*. PWS-KENT Publishing Company: Boston.
- Firdaus, M. 2006. *Analisis Deret Waktu Satu Ragam*. IPB Press: Bogor.
- Hanke, J.E., A.G. Reitsch and D.W. Wichern. 2003. *Business Forecasting*. Sixth Edition. Prentice Hall: New Jersey.
- Haryanto, Hery. 2011. *Danau Tes Alami Pendangkalan*. <http://h2aryanto.wordpress.com/2011/01/27/danau-tes-alami-pendangkalan/>. (30 April 2014).
- Indrawati, F dan B. Sutijo. 2012. "Pemodelan Jumlah Ketersediaan Beras untuk Jawa Timur Dengan Pendekatan Fungsi Transfer". *Jurnal Sains dan Seni ITS* Vol. 1 (1)

- Makridakis, S., S.C Wheelwright dan V. McGee. Alih bahasa Ir. Hari Suminto. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi revisi. Binarupa Aksara: Jakarta.
- Mulyana. 2004. *Analisis Data Deret Waktu*. Universitas Padjadjaran: Bandung.
- Mursanto, W.B 2010. "Penentuan Debit Air Outlet PLTA Maninjau". *Jurnal RACE* Vol. 4 (2).
- Wahid, Abdul. 2009. "Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Debit Sungai Mamasa". *Jurnal SMARTek* Vol 7.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Company: New York.