APLIKASI RANTAI MARKOV UNTUK MENENTUKAN PELUANG TRANSISI CURAH HUJAN

Iksan Kadafi, Sigit Nugroho, Pepi Novianti
Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
Iksankadafi93@gmail.com

Abstrak

Rantai Markov merupakan salah satu metode yang digunakan untuk *forecasting* diberbagai bidang, seperti ekonomi, industri, dan iklim. Penelitian ini menggunakan data sekunder intensitas curah hujan harian dari BMKG Stasiun Geofisika Kabupaten Kepahiang. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan peluang transisi (perpindahan) intensitas curah hujan harian, dimana ada empat *state* atau keadaan intensitas curah hujan yaitu tidak hujan, hujan ringan hujan sedang dan hujan lebat. Metode Rantai Markov yang digunakan adalah Persamaan Champman-Kolmogorov dan Persamaan *steady state*. Peluang tetap pada keadaan tidak hujan sebesar 58,90 % , peluang tetap pada keadaan hujan ringan sebesar 23,56 %, peluang tetap pada keadaan hujan sedang sebesar 13,15 %, dan peluang tetap pada keadaan hujan lebat sebesar 4,38 %.

Kata kunci: Rantai Markov, Curah Hujan

PENDAHULUAN

Curah hujan merupakan salah satu unsur cuaca yang datanya diperoleh dengan cara menghitung jumlah air yang jatuh di permukaan tanah datar selama periode tertentu [1]. Curah hujan di Indonesia didominasi oleh adanya pengaruh beberapa fenomena, antara lain sistem Monsun Asia-Australia, Equatorial, El-Nino, sirkulasi Timur-Barat (*Walker Circulation*) dan Utara-Selatan (*Hadley Circulation*) serta beberapa sirkulasi karena pengaruh lokal **[2]**.

Kondisi ketidak pastian curah hujan setiap harinya, karena mengalami perpindahan ke kondisi sama atau ke kondisi yang berbeda. Banyaknya kemungkinan perpindahan tersebut terjadi perlu diketahui. Oleh karena itu, perlu adanya teori untuk menentukan peluang curah hujan pada waktu akan datang. Salah satu teori yang sesuai dalam menentukan peluang curah hujan yang akan datang adalah Rantai Markov **[3]**.

Rantai Markov merupakan sebuah proses stokastik, dimana kejadian pada masa mendatang hanya tergantung pada kejadian hari ini dan tidak bergantung pada keadaan masa lampau. Rantai Markov terdefinisi oleh matriks peluang transisinya. Matriks peluang transisi adalah suatu matriks yang memuat informasi yang mengatur perpindahan sistem dari suatu keadaan (*state*) ke keadaan (*state*) lainnya langi **[4]**.

Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan metode Rantai Markov pada data curah hujan dan menentukan peluang untuk masing-masing *state* curah hujan.

METODE PENELITIAN

Data dan Variabel Penelitian

Data penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofiksa Stasiu Geofisika Kabupaten Kepahiang, Provinsi Bengkulu. Data tersebut adalah data curah hujan harian dari tanggal 1 Januari 2016 sampai 31 Desember 2016.

Variabel Penelitian yaitu

$$X_t = \begin{cases} \text{tidak hujan} & \text{untuk curah hujan <5 mm} \\ \text{hujan ringan} & \text{untuk curah hujan 5-20 mm} \\ \text{hujan sedang} & \text{untuk curah hujan 20-50 mm} \\ \text{hujan lebat} & \text{untuk curah hujan 50-100 mm} \end{cases}$$

$$X_0 = i, X_1 = i, X_2 = i, \ldots, X_{366} = i$$

Tahapan Penelitian

Membuat tabel perpindahan (transisi) curah hujan dari hari pertama sampai ke hari berikutnya sampai pada ke tiga puluh $X_0, X_1, X_2, \ldots, X_{366}$, sesuai dengan ketentuan sifat Rantai Markov yaitu hari ke tiga hanya tergantung pada hari ke dua, tidak tergantung dengan hari pertama $\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}$ untuk $t = 0,1,2,\ldots,366$ dan $i, j = 0,1,2,3$. Menentukan peluang transisi P_{ij} dari tabel perpindahan curah hujan setiap cell diganti dengan nilai peluang, dengan cara jumlah perpindahan cell yang ingin diganti dibagi dengan total jumlah perpindahan cell pada baris yang ingin diganti. Hal tersebut dilakukan untuk memenuhi sifat dari peluang transisi $\sum_{j=0}^{3} P_{ij} = 1,\ i = 0,1,2,3$. Membuat matriks peluang transisi satu langkah $\mathbf{P} = \left[P_{ij}\right]$ Menggambarkan diagram transisi matriks peluang transisi satu langkah. Menentukan matriks peluang transisi *n* langkah $\mathbf{P}^{(n)}$ dari matriks peluang transisi satu langkah dengan Persamaan Champan-Kolmogorov. Menentukan peluang steady-*state* dengan menggunakan Persamaan steady-*state*, selanjutnya menyimpulkan peluang transisi curah hujan pada kabupaten Kepahiang yang akan datang

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini data yang digunakan untuk dianalisis adalah data curah hujan harian stasiun Geofisika Kabupaten Kepahiang selama setahun mulai dari 1 Januari sampai 31 Desember 2016 sebanyak 366 hari. Data curah hujan yang diperoleh memiliki curah hujan terendah 0 mm dan 90,2 mm adalah curah hujan tertinggi dengan rata-rata perhari 10,0637 mm. Informasi yang didapatkan dari angka curah hujan setiap harinya diubah menjadi keterangan atau dinamakan intensitas curah hujan. Adapun pengelompokkan untuk intensitas telah ditetapkan oleh BMKG, dimana *state* 0 untuk tidak hujan yang memiliki curah hujan kurang dari 5 mm per hari, *state* 1 untuk hujan ringan yang memiliki curah hujan 5 sampai 20 mm per hari, *state* 2 untuk hujan sedang yang memiliki curah hujan 20 sampai 50 mm per hari, dan *state* 3 untuk hujan lebat yang memiliki curah hujan 50 sampai 100 mm per hari. Pada tahun 2016 intensitas curah hujan terjadi adalah

Tabel 4.1 Intensitas Curah Hujan

Intensitas Curah Hujan	Banyak (hari)
Tidak Hujan	216
Hujan Ringan	86
Hujan Sedang	48
Hujan Lebat	16
Jumlah	366

Berdasarkan tabel di atas terjadi selama setahun keadaan tidak hujan sebanyak 216 hari, keadaan hujan ringan sebanyak 86 hari, keadaan hujan sedang sebanyak 48 hari, dan keadaan hujan lebat sebanyak 16 hari.

Intensitas hujan yang terjadi dari hari ke hari selama tahun 2016 mengalami perubahan yang tidak menentu, ada yang tetap pada *state* semula dan ada juga yang berubah ke *state* yang lain. Pada tahun 2016 perpindahan yang terjadi dapat dilihat pada Tabel 4.2

Tabel. 4.2 Jumlah transisi *state*

State	0	1	2	3	Total
0	131	46	27	11	215
1	56	17	12	1	86
2	20	16	8	4	48
3	8	7	1	0	16
Jumlah					365

Pada *state* hari ini tidak hujan berpindah ke *state* besok yang sama yaitu tidak hujan terjadi sebanyak 131 hari, perpindahan yang sama atau tetap pada *state* hujan ringan ke hujan ringan sebanyak 17 hari, begitupula terjadi pada *state* hujan sedang yaitu sebanyak 8 hari, dan tidak terjadi *state* hujan lebat ke hujan lebat. Adapun *state* hari ini tidak hujan berpindah ke *state* besok hujan ringan, hujan sedang, dan hujan lebat masing-masing adalah 46 hari, 27 hari, dan 11 hari, sedangkan *state* hari ini hujan ringan ke *state* besok tidak hujan, hujan sedang, dan hujan lebat yaitu sebanyak 56 hari, 12 hari, dan 1 hari. *State* hari ini hujan sedang berpindah ke *state* besok tidak hujan, hujan ringan, dan hujan lebat masing-masing sebanyak 20 hari, 16 hari, dan 4 hari, kemudian untuk *state* hari ini hujan lebat ke *state* besok tidak hujan, hujan ringan, dan hujan sedang yaitu sebanyak 8 hari, sebanyak 7 hari, dan sebanyak 1 hari.

Proses dalam mengetahui jumlah perpindahan *state* atau dengan kata lain transisi berdasarkan sifat Rantai Markov pada Persamaan 2.1 dan perhitungannya dibantu oleh Microsoft Excel. Hal tersebut dapat dilihat pada Lampiran 1. bagian transisi. Tabel 4.2 diubah ke dalam bentuk peluang dengan cara sebagai berikut

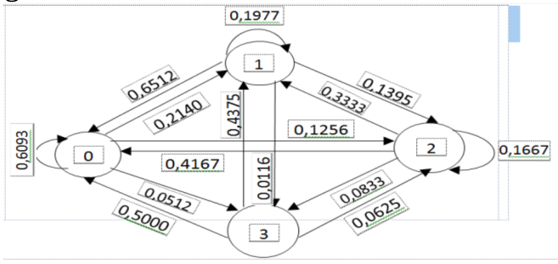
Tabel. 4.3 Peluang transisi *state*

State	0	1	2	3	Total Peluang
0	$\frac{131}{215}$	$\frac{46}{215}$	$\frac{27}{215}$	$\frac{11}{215}$	$\frac{215}{215}=1$
1	$\frac{56}{86}$	$\frac{17}{86}$	$\frac{12}{86}$	$\frac{1}{86}$	$\frac{86}{86}=1$
2	$\frac{20}{48}$	$\frac{16}{48}$	$\frac{8}{48}$	$\frac{4}{48}$	$\frac{48}{48}=1$
3	$\frac{8}{16}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{0}{16}$	$\frac{16}{16}=1$

Nilai peluang dari Tabel 4.3 dapat disajikan/ dimasuk ke dalam sebuah matriks berukuran $4X4$ disebut sebagai matriks peluang transisi satu langkah dan sebagai berikut

$$\mathbf{p}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,6093 & 0,2140 & 0,1256 & 0,0512 \\ 0,6512 & 0,1977 & 0,1395 & 0,0116 \\ 0,4167 & 0,3333 & 0,1667 & 0,0833 \\ 0,5000 & 0,4375 & 0,0625 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks Peluang transisi satu langkah bisa disajikan juga dalam diagram transisi, dimana tanda panah menunjukkan transisi dan lingkaran adalah *state* pada gambar berikut



Persamaan Champman-Kolmogorov digunakan untuk mencari nilai matriks peluang transisi beberapa langkah, sebagai berikut Persamaan Champman-Kolmogorov digunakan untuk mencari nilai matriks peluang transisi beberapa langkah, sebagai berikut

$$\mathbf{p}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,6093 & 0,2140 & 0,1256 & 0,0512 \\ 0,6512 & 0,1977 & 0,1395 & 0,0116 \\ 0,4167 & 0,3333 & 0,1667 & 0,0833 \\ 0,5000 & 0,4375 & 0,0625 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}^{(2)} = \mathbf{p}^{(1)} \cdot \mathbf{p}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,5885 & 0,2369 & 0,1305 & 0,0441 \\ 0,5894 & 0,2300 & 0,1333 & 0,0472 \\ 0,5820 & 0,2471 & 0,1318 & 0,0391 \\ 0,6156 & 0,2143 & 0,1343 & 0,0359 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{p}^{(6)} = \begin{bmatrix} 0,5890 & 0,2356 & 0,1315 & 0,0438 \\ 0,5890 & 0,2356 & 0,1315 & 0,0438 \\ 0,5890 & 0,2356 & 0,1315 & 0,0438 \\ 0,5890 & 0,2356 & 0,1315 & 0,0438 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan perkalian matriks tersebut menunjukkan bahwa matriks peluang transisi pada langkah 1 (pada tahun 2016) menuju langkah 6 (pada tahun 2021) atau $\mathbf{P}^{(6)}$ nilai peluangnya mengalami perubah atau berbeda, namun pada langkah ke 7 dan seterusnya nilai matriks peluang transisi sama dengan nilai $\mathbf{P}^{(6)}$. Oleh karena itu, pada tahun 2021 hingga tahun berikutnya peluang transisinya sama atau tetap.

Metode *Steady state* digunakan untuk mencari nilai peluang tetap untuk setiap *state*. Penyelesaian secara dengan menggunakan metode eliminasi dan subtitusi dan dengan bantuan *Microsoft Excell.* metode eliminasi dan subtitusi untuk mencari nilai π_0, π_1, π_2, dan π_3 dan peluang awal. Tulis

$$[\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3] = [\pi_0 \quad \pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

dan $\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$

$$[\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3] = [\pi_0 \quad \pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] \begin{bmatrix} 0,6093 & 0,2140 & 0,1256 & 0,0512 \\ 0,6512 & 0,1977 & 0,1395 & 0,0116 \\ 0,4167 & 0,3333 & 0,1667 & 0,0833 \\ 0,5000 & 0,4375 & 0,0625 & 0 \end{bmatrix}$$

dari perkalian matriks di atas diperoleh

$$\begin{aligned} (\pi_0 - 0,6093\pi_0) - 0,6512\pi_1 - 0,4167\pi_2 - 0,500\pi_3 &= 0 \\ 0,2140\pi_0 + (-\pi_1 + 0,1977\pi_1) + 0,3333\pi_2 + 0,4375\pi_3 &= 0 \\ 0,1256\pi_0 + 0,1395\pi_1 + (-\pi_2 + 0,1667\pi_2) + 0,0625\pi_3 &= 0 \\ 0,0512\pi_0 + 0,0116\pi_1 + 0,0833\pi_2 - \pi_3 &= 0 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 &= 1 \end{aligned}$$

dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned} 0,3907\pi_0 - 0,6512\pi_1 - 0,4167\pi_2 - 0,500\pi_3 &= 0 \\ 0,2140\pi_0 - 0,8023\pi_1 + 0,3333\pi_2 + 0,4375\pi_3 &= 0 \\ 0,1256\pi_0 + 0,1395\pi_1 - 0,8333\pi_2 + 0,0625\pi_3 &= 0 \\ 0,0512\pi_0 + 0,0116\pi_1 + 0,0833\pi_2 - 1\pi_3 &= 0 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 &= 1 \end{aligned}$$

Hasil yang diperoleh dari metode *steady state* di atas nilai peluang transisi tetap masing-masing *state* adalah

$$[\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3] = [0,5890,\ 0,2356,\ 0,1315,\ 0,0348]$$

KESIMPULAN

Berdasarkan dari hasil dan pembahasan penelitian dapat disimpulkan:

Metode Rantai Markov dapat diterapkan untuk menentukan peluang perpindahan intensitas curah hujan harian. Peluang masing-masing *state* untuk jangka waktu kedepan yang panjang adalah 58,90% untuk peluang tetap pada keadaan tidak hujan, 23,56% untuk peluang tetap pada keadaan hujan ringan, 13,15% untuk peluang tetap pada keadaan hujan sedang, dan 4,38% untuk peluang tetap pada keadaan hujan lebat.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Prawaka, F., Z.A., and S., Tugiono, 2016, Analisis Data Curah Hujan yang Hilang dengan menggunakan Metode Normal *Ratio, Inversed Square Distance,* dan Rata-Rata Aljabar (Studi kasus Curah Hujan Beberapa Stasiun Hujan Daerah Bandar Lampung), *Jurnal RSDD*, No.3, Vol. 4, Hal.397-406.

[2] Affandi, R., A., Lubis dan D., Septiadi, 2012, Karakteristik Pola Curah Hujan di Wilayah Sekitar Teluk (Studi Daerah Nabire Provinsi Papua dan Fakfak Papua Barat), *Jurnal Matematika dan Sains,* No.2, Vol.17, Hal.47-54.

[3] Pratiwi, R. Y., 2012, Pemodelan Curah Hujan dengan Campuran Rantai Markov dan Model Deret Waktu, *Jurnal Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.*

[4] Langi, Y. A. R., 2011, Penetuan Klasifikasi *State* pada Rantai Markov dengan mengunakan Nialai *Eigen* dari Matriks Peluang Transisi, *Jurnal ilmiah Sains*, No.1, Vol.11, Hal.124.